

DISEÑO DE UN SISTEMA INCREMENTADOR DE ESTABILIDAD SOBRE EL
EJE LATERAL DE UNA AERONAVE UAV

GUILLERMO ANDRES GONZALEZ MONTOYA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA Y CONTROL
PROGRAMA INGENIERÍA MECATRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2008

DISEÑO DE UN SISTEMA INCREMENTADOR DE ESTABILIDAD SOBRE EL
EJE LATERAL DE UNA AERONAVE UAV

GUILLERMO ANDRES GONZALEZ MONTOYA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO
MECATRÓNICO

Director
MARIO ANDRES CORDOBA GONZALEZ
INGENIERO ELECTRÓNICO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA Y CONTROL
PROGRAMA INGENIERÍA MECATRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2008

Nota de aceptación:

Aprobado por el comité de grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Mecatrónico

Ing. JUAN CARLOS PERAFAN

Jurado

Ing. JESUS ALFONSO LOPEZ

Jurado

Santiago de Cali, 1 de Diciembre de 2008

Este trabajo es dedicado a mi papá, mamá, hermanos, familiares y amigos, por su inalcanzable apoyo brindado en los momentos más difíciles...

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por brindarme el apoyo incondicional necesario para terminar este trabajo. A mis hermanos quienes contribuyeron de alguna forma u otra para que no desfalleciera en el camino. A mis familiares y amigos que lograron aportar su granito de arena en consecución de este trabajo.

CONTENIDO

	Pag.
GLOSARIO	17
RESUMEN	20
INTRODUCCION	21
1. HISTORIA DE LA AERONAUTICA	22
1.1.BREVE HISTORIA	22
1.2.PIONEROS	23
1.3.EL PRIMER AVIÓN	26
1.4.DESARROLLO DE LA AVIACION	27
2. ESTUDIO DEL AVIÓN	29
2.1.ESTRUCTURA DEL AVIÓN	29
2.1.1. Fuselaje	29
2.1.2. Alas	29
2.1.3. Flecha	30
2.1.4. Diedro	30
2.1.5. Forma	31
2.1.6. Empenaje de Cola	32
2.1.7. Motor	33
2.1.8. Tren de aterrizaje	33
3. CONCEPTOS BASICOS DE AERONAUTICA	35
3.1.SISTEMA DE EJES DE UN AVIÓN	35
3.1.1. Cabeceo (<i>Pitch</i>)	35

3.1.2. Balanceo (<i>Roll</i>)	35
3.1.3. Guiñada (<i>Yaw</i>)	35
3.2. FUERZAS SOBRE EL AVIÓN	36
3.2.1. Sustentación	36
3.2.2. Arrastre	36
3.2.3. Propulsión	36
3.2.4. Fuerza de Gravedad	36
3.3. ESTABILIDAD	37
3.3.1. Estabilidad estática	37
3.3.2. Estabilidad dinámica	38
3.3.3. Estabilidad referente a cada eje de movimiento	39
4. FUERZAS AERODINAMICAS	42
4.1. ORIGEN DE LAS FUERZAS AERODINAMICAS	42
4.1.1. La Presión	42
4.1.2. El Shear Stress	42
4.2. SUSTENTACION, RESISTENCIA Y MOVIMIENTO	44
4.2.1. Distribución de la Presión	47
4.3. COEFICIENTES AERODINÁMICOS	47
4.3.1. Coeficientes de fuerzas	48
4.3.2. Coeficientes de momentos	49
4.3.3. Coeficientes bidimensionales	49
4.3.4. Obtención de los coeficientes aerodinámicos	49
4.4. NOMENCLATURA AERODINAMICA	50

5. LAS DERIVADAS DE ESTABILIDAD	55
5.1. Expresiones para C_X y C_Z	55
5.2. LAS DERIVADAS DE $\alpha(C_{X_\alpha}, C_{Z_\alpha}, C_{m_\alpha})$	55
5.2.1. La derivada C_{X_α}	56
5.2.2. La derivada C_{Z_α}	56
5.2.3. La derivada C_{m_α}	57
5.3. LAS DERIVADAS DE $U(C_{X_U}, C_{Z_U}, C_{m_U})$	57
5.3.1. Calculo de $\partial M / \partial \hat{u}$	58
5.3.2. Calculo de $\partial p_d / \partial \hat{u}$	58
5.3.3. La Derivada de C_{T_u}	59
5.3.4. La derivada de C_{x_u}	60
5.3.5. La derivada de C_{z_u}	60
5.3.6. La derivada de C_{m_u}	62
5.4. LAS DERIVADAS DE $q(C_{z_q}, C_{m_q})$	63
5.4.1. Contribución de la Cola	64
5.5. LAS DERIVADAS DE $\beta(C_{y_\beta}, C_{l_\beta}, C_{n_\beta})$	66
5.5.1. Las derivadas de C_{y_β}	66
5.6. LAS DERIVADAS DE $p(C_{y_p}, C_{l_p}, C_{n_p})$	67
5.6.1. La derivada de C_{y_p}	67
5.6.2. La derivada de C_{l_p}	69

5.6.3. La derivada de C_{n_p}	70
5.7. LAS DERIVADAS DE $r(C_{y_r}, C_{l_r}, C_{n_r})$	72
5.7.1. La derivada de C_{y_r}	73
5.7.2. La derivada de C_{l_r}	73
5.7.3. La derivada de C_{n_r}	74
6. DINAMICA LATERAL DEL AVIÓN	75
6.1. INTRODUCCION A LA DINAMICA LATERAL DEL AVION	75
6.2. DEFINICION DE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA	76
6.2.1. Sistema de referencia de tierra (G)	76
6.2.2. Sistema de referencia de viento (W)	77
6.2.3. Sistema de referencia del avión (A)	77
6.3. DESCRIPCION GENERAL DE LAS FUERZAS INVOLUCRADAS EN EL VUELO	78
6.3.1. Fuerza de gravedad	78
6.3.2. Fuerza de propulsión	79
6.3.3. Fuerzas Aerodinámicas	79
6.4. MODELO LATERAL – DIRECCIONAL DEL AVIÓN	81
6.4.1. Análisis Lateral	83
6.4.2. Análisis Direccional	84
6.5. Descomposición de las Fuerzas en el Avión	85
6.5.1. Fuerza de propulsión (Thrust)	85
6.5.2. Fuerza de gravedad (Weight)	86
6.5.3. Fuerza de sustentación (Lift)	86

6.5.4. Fuerza de arrastre (Drag)	90
6.6. DESCOMPOSICION DE LOS MOMENTOS EN EL AVIÓN	92
6.6.1. Momento provocado por la fuerza de propulsión	92
6.6.2. Momento provocado por las fuerzas aerodinámicas	92
6.7. RESUMEN DE LAS ECUACIONES OBTENIDAS	96
7. ESQUEMA DE LA PLANTA A CONTROLAR	99
7.1.BLOQUE COMPLETO DEL AVIÓN	99
7.2.SOFTWARE DE CÁLCULO Y SIMULACIÓN	100
7.2.1. Bloque de Simulink	101
7.2.2. AVL	105
7.3. RESPUESTA EN LAZO ABIERTO DE LA PLANTA	106
8. ESTUDIO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL	111
8.1.SISTEMAS DE CONTROL CLASICOS	111
8.2.SISTEMAS DE CONTROL DIFUSO	113
9. APLICACIÓN DE LA TECNICA DE CONTROL SELECCIONADA	116
9.1.CONTROL DE LA PLANTA	116
9.1.1 Control del Bank Angle.	117
9.1.2. Modelo Completo del Sistema.	119
10. TRABAJO FUTURO	122
11. CONCLUSIONES	123
12. RECOMENDACIONES	124
BIBLIOGRAFIA	125
ANEXOS	126

LISTA DE TABLAS

	Pag.
Tabla 1. Descomposicion de las fuerzas, momentos y componentes de velocidad que actuan en el avión	51
Tabla 2. Valores correspondiente a los controles del avión	103
Tabla 3. Valores de los componentes de velocidad del viento en tres direcciones diferentes	103
Tabla 4. Parámetros de configuración inicial de la planta	105
Tabla 5. Resultados obtenidos utilizando el péndulo compuesto	129

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 1. Ornitóptero diseñado por Leonardo da Vinci	23
Figura 2. Prototipo aéreo a vapor de Henson y Stringfellow	24
Figura 3. Otto Lilienthal en uno de sus vuelos en 1895	25
Figura 4. Flyer de los Hermanos Wright	26
Figura 5. Biplano de la II Guerra Mundial	28
Figura 6. Terminología general de los elementos del ala	30
Figura 7. Flecha del ala	30
Figura 8. Ángulos Diedros	31
Figura 9. Algunas Formas de Alas	31
Figura 10. Colocación y sujeción al fuselaje	32
Figura 11. Diferentes tipos de Empenajes	32
Figura 12. Motor de Reacción	33
Figura 13. Ejes que actúan sobre el avión	36
Figura 14. Fuerzas que actúan sobre el avión	37
Figura 15. Amortiguador Hidráulico	38
Figura 16. Estabilizador horizontal y efecto del par de fuerza	40
Figura 17. Desarrollo de la Estabilidad lateral	41
Figura 18. Estabilizador vertical y estabilidad direccional	41
Figura 19. Distribución de presiones en el perfil alar	43
Figura 20. Perfil Alar de una superficie de ala	43
Figura 21. Vectores Unitarios aplicados en el perfil alar	43

Figura 22. Descomposición vectorial del perfil alar	44
Figura 23. Análisis del vector α	45
Figura 24. Relación geométrica de las fuerzas aerodinámicas	46
Figura 25. Resultante de la fuerza R y el momentum M	46
Figura 26. Sistema de ejes coordenadas del cuerpo del avión	50
Figura 27. Definición de fuerzas, momentos, y componentes de velocidad descompuestos den el avión	51
Figura 28. Definicion del angulo de ataque y sideslip	53
Figura 29. Vista frontal del avión desde un vuelo estable nivelado(1), y rotacion en el eje Roll(2)	54
Figura 30. (a) Movimiento con cero q , pero variando α_x . (b) Movimiento con cero α_x pero variando q	64
Figura 31. Efecto de la velocidad de Pitch en el ángulo de ataque de la cola	65
Figura 32. Inclinação del vector C_L a través del Rolling	68
Figura 33. Distribución de Lift a lo largo del ala debido al Rolling	69
Figura 34. Reducción de C_{l_p} debido al wing stall	70
Figura 35. Inclinação del vector C_L debido al Rolling	71
Figura 36. campo de velocidad debido al Yawing. \vec{AB} = Vector de velocidad debido al cambio de Yaw r	73
Figura 37. Perfil aerodinámico del ala	76
Figura 38. Sistema de referencia de tierra	77
Figura 39. Sistema de ejes del avión	78
Figura 40. Flujo de aire alrededor del ala	80
Figura 41. Fuerzas que influyen en el avión en el plano XZ	84

Figura 42. Fuerzas que influyen en el avión en el plano XY	85
Figura 43. Perfil de ala tipo <i>NACA-23012</i>	87
Figura 44. C_L en función del ángulo de ataque	88
Figura 45. Condición de Stall	88
Figura 46. C_D en función de C_L	91
Figura 47. C_M en función del ángulo de ataque	94
Figura 48. Diagrama de bloques general de la dinámica del avión	99
Figura 49. Librería disponible en el BlockSet AeroSim	101
Figura 50. Diagrama de bloques de la planta que representa el avión	102
Figura 51. Diagrama interno de la planta	102
Figura 52. Esquema de la aeronave en AVL	106
Figura 53. Diagrama de la planta en lazo abierto	107
Figura 54. Señal de salida del Bank Angle. Respuesta inestable del sistema	107
Figura 55. Señal de salida del Heading. Respuesta inestable del sistema	108
Figura 56. Señal de salida del Pitch Angle. Respuesta inestable del sistema	108
Figura 57. Señal de salida de AirSpeed. Respuesta estable del sistema	109
Figura 58. Diagrama de bloques de controlador tipo P	112
Figura 59. Diagrama de bloques de controlador tipo PID	113
Figura 60. Diagrama de bloques de controlador difuso genérico	115
Figura 61. Esquema general del sistema de control del Bank Angle	116
Figura 62. Esquema general del sistema de control del AirSpeed	117

Figura 63. Esquema del sistema de control aplicado a la planta donde la variable manipulada es el Bank Angle	117
Figura 64. Respuesta de la variable Bank Angle con el controlador integrado al sistema	118
Figura 65. Diagrama completo del Sistema Incrementador de Estabilidad Lateral de la Aeronave	119
Figura 66. Respuesta en lazo cerrado de la variable AirSpeed, valor de referencia (Set Point) de 25 m/s	120
Figura 67. Respuesta en lazo cerrado de la variable Bank Angle, valor de referencia (Set Point) de 50 ⁰ de inclinación	120
Figura 68. Método de péndulo de torsión bifilar	127
Figura 69. Método de péndulo compuesto	128
Figura 70. Diagrama del Sistema conectado a la interfaz grafica	136
Figura 71. Indicador del Bank Angle en la Interfaz Grafica con 50 grados de Inclinación.	137
Figura 72. Indicador del Bank Angle en la Interfaz Grafica con -50 grados de Inclinación.	137

LISTA DE ANEXOS

	Pag.
Anexo A. Método para encontrar los momentos de inercia	126
Anexo B. Datos Suministrados por el AVL	131
Anexo C. Esquema de conexión de la interfaz grafica entre Matlab y Microsoft Flight Simulator.	136

GLOSARIO

AERODINAMICA: subdivisión de la mecánica de fluidos que se encarga del estudio de flujo de los gases (en especial del aire) sobre los cuerpos.

ALABEO: momento alrededor del eje longitudinal de la aeronave.

ALARGAMIENTO: cociente entre la envergadura y la cuerda media. Este dato nos dice la relación existente entre la longitud y la anchura del ala (Envergadura/Cuerda media). Por ejemplo; si este cociente fuera 1, estaríamos ante un ala cuadrada de igual longitud que anchura. Obviamente a medida que este valor se hace más elevado el ala es más larga y estrecha.

ALERONES: superficies móviles instaladas en los extremos del ala, utilizados para tener control de la aeronave a través de su eje longitudinal.

ANGULO DE ATAQUE (α): es el ángulo que subtienden la línea de referencia del fuselaje (FRL) y la proyección del vector velocidad del avión en su plano XZ.

ANGULO DE INCIDENCIA: ángulo de inclinación del ala con respecto al fuselaje de la aeronave.

ANGULO DE *PITCH* (q): es el ángulo que subtienden la FRL y el horizonte.

ARRASTRE: resistencia al avance dentro de un fluido.

BORDE DE ATAQUE: es el borde delantero del ala, o sea la línea que une la parte anterior de todos los perfiles que forman el ala; o dicho de otra forma: la parte del ala que primero toma contacto con el flujo de aire.

BORDE DE FUGA O SALIDA: es el borde posterior del ala, es decir la línea que une la parte posterior de todos los perfiles del ala; o dicho de otra forma: la parte del ala por donde el flujo de aire perturbado por el ala retorna a la corriente libre.

CENTRO AERODINAMICO (a.c.): punto del ala (o cualquier superficie aerodinámica) en el cual actúa la suma de las fuerzas aerodinámicas.

CUERDA: es la línea recta imaginaria trazada entre los bordes de ataque y de salida de cada perfil.

CUERDA MEDIA: como los perfiles del ala no suelen ser iguales sino que van disminuyendo hacia los extremos, lo mismo sucede con la cuerda de cada uno.

Por tanto al tener cada perfil una cuerda distinta, lo normal es hablar de cuerda media.

CURVATURA: del ala desde el borde de ataque al de salida. Curvatura superior se refiere a la de la superficie superior (extrados); inferior a la de la superficie inferior (intrados), y curvatura media a la equidistante a ambas superficies. Aunque se puede dar en cifra absoluta, lo normal es que se exprese en % de la cuerda.

EMPENAJE: superficies planas situadas en la cola de la aeronave y que sirven como elemento de control y estabilidad. Forman parte del fuselaje.

EMPUJE: fuerza que realiza un motor de reacción y hace que se desplace una aeronave.

ENVERGADURA: distancia entre los dos extremos de las alas. Por simple geometría, si multiplicamos la envergadura por la cuerda media debemos obtener la superficie alar.

ESPESOR: distancia máxima entre el extrados y el intrados.

EXTRADOS: parte superior del ala comprendida entre los bordes de ataque y salida.

INTRADOS: parte inferior del ala comprendida entre los bordes de ataque y salida.

LINEA DE REFERENCIA DEL FUSELAJE (FRL): es una línea imaginaria arbitraria que pasa a lo largo del fuselaje y que define el sistema de ejes del avión.

LINEA DEL 25% DE LA CUERDA: línea imaginaria que se obtendría al unir todos los puntos situados a una distancia del 25% de la longitud de la cuerda de cada perfil, distancia medida comenzando por el borde de ataque.

NUMERO DE MACH: razón entre la rapidez del avión y la rapidez del sonido en el medio.

PERFIL: es la forma de la sección del ala, es decir lo que veríamos si cortáramos esta transversalmente "como en rodajas". Salvo en el caso de alas rectangulares en que todos los perfiles ("rodajas") son iguales, lo habitual es que los perfiles que componen un ala sean diferentes; se van haciendo más pequeños y estrechos hacia los extremos del ala.

PERFIL ALAR O PERFIL AERODINAMICO: es la forma que tiene la sección o corte transversal del ala de un avión. Se caracteriza por un borde de ataque,

que es aquella zona que corta el aire, y un borde de fuga, ubicado en su zona posterior. Varía dependiendo del perfil de misión del avión (define si el avión estará en la escala de velocidades supersónicas, medias o subsónicas), que juntos con otros parámetros ayudan a obtener todos los cálculos mecánicos para la consecución del avión.

SUPERFICIE ALAR: superficie total correspondiente a las alas.

SUSTENTACION: fuerza que mantiene a una aeronave en posición de vuelo.

UAV: vehículo aéreo no tripulado.

VELOCIDAD DEL VIENTO (V): representa la rapidez del avión con respecto al aire que lo rodea.

RESUMEN

Este proyecto presenta el desarrollo de un sistema capaz de proporcionar estabilidad lateral en una aeronave. Durante el proceso se analiza el estado del arte, y se empieza con un estudio aerodinámico para entender el funcionamiento del avión. El producto final es el desarrollo de un sistema de control capaz de responder a condiciones que afectan la estabilidad lateral de la aeronave UAV al momento del vuelo. Para lograrlo es necesario estudiar previamente los; conceptos básicos aeronáuticos, estabilidad del avión, dinámica del avión. A partir de este estudio determinamos las ecuaciones que describen el comportamiento de la aeronave para obtener un boceto del modelo final de la planta a controlar, a partir de este proceso seleccionamos la estrategia de control que regirá el funcionamiento del avión, por lo menos en la acción lateral.

Esta estrategia de control debe ser simulada con parámetros reales de vuelo, en los que se evalúa el desempeño del sistema y así tener una idea de cómo sería el comportamiento físico de la aeronave.

Para complementar el trabajo se hace necesario la utilización de software's de simulación de vuelo, para representar las señales obtenidas por el sistema de instrumentación, el funcionamiento del sistema de propulsión entre otros.

INTRODUCCION

A lo largo del contenido de la tesis se encontrará una pequeña contribución a los desarrollos que alimentan a las ciencias Ingenieriles, esto se logra mediante la realización de un estudio en un campo que esta medianamente explorado a nivel latino-americano, explícitamente nos referimos a la automatización de aplicaciones aeronáuticas, en la cual se han logrado constituir a nivel mundial una considerable cantidad de desarrollos. Básicamente estos desarrollos constan de sistemas de control; clásicos, modernos, difusos y/o neuronales que son aplicados al vuelo automático de aeronaves no tripuladas (UAV), estos sistemas son complementados con sistemas de instrumentación, procesamiento de señales, el cual llegan a ser vitales para el óptimo funcionamiento del UAV. Actualmente los UAV tienen una gran cantidad de aplicaciones especialmente militares, cubriendo necesidades desde el transporte de armamento, hasta la investigación de zonas sospechosas. En Colombia en algunas universidades están trabajando fuertemente por desarrollar prototipos capaces de adaptarse a la topología colombiana, desarrollando actividades militares como civiles.

El trabajo consiste en el desarrollo de un Sistema Incrementador de Estabilidad en el Eje Lateral de una Aeronave UAV, radio controlada mediante la aplicación de una estrategia de control automático, para ello, es necesario: manejar los conceptos básicos de la aeronáutica, estudiar a fondo la Dinámica y estabilidad del Avión, especialmente la lateralidad. A partir de este estudio se procede a implementar al modelo matemático el control que se va a utilizar, pero antes se hace necesario calcular los coeficientes aerodinámicos. Estos coeficientes son números a-dimensionales que se utilizan para el estudio aeronáutico o aerodinámico de las fuerzas y momentos que sufre un cuerpo (la aeronave) en movimiento en el seno del aire. La a-dimensionalización de las magnitudes se realiza con el fin de aprovechar las simplificaciones que el análisis dimensional aporta al estudio experimental y teórico de los fenómenos físicos que ocurren en vuelo.

Este trabajo pretende ser útil para los nuevos desarrollos que impliquen la implementación de sistemas de automatización aplicados a la aeronáutica, ya que expresa de manera corta pero concreta como abordar un trabajo que tiene un alto grado de complejidad.

La Universidad Autónoma de Occidente se encuentra en una etapa prematura pero muy prometedora en el desarrollo de aeronaves no tripuladas, donde se encuentran trabajando en el diseño de una aeronave equipada con sistema de aviónica completo, capaz de realizar vuelos previamente programados. Pero lo primordial para lograr estos vuelos es generar algoritmos de control capaces de soportar todas las condiciones presentadas durante el vuelo, logrando así un funcionamiento optimizado el sistema.

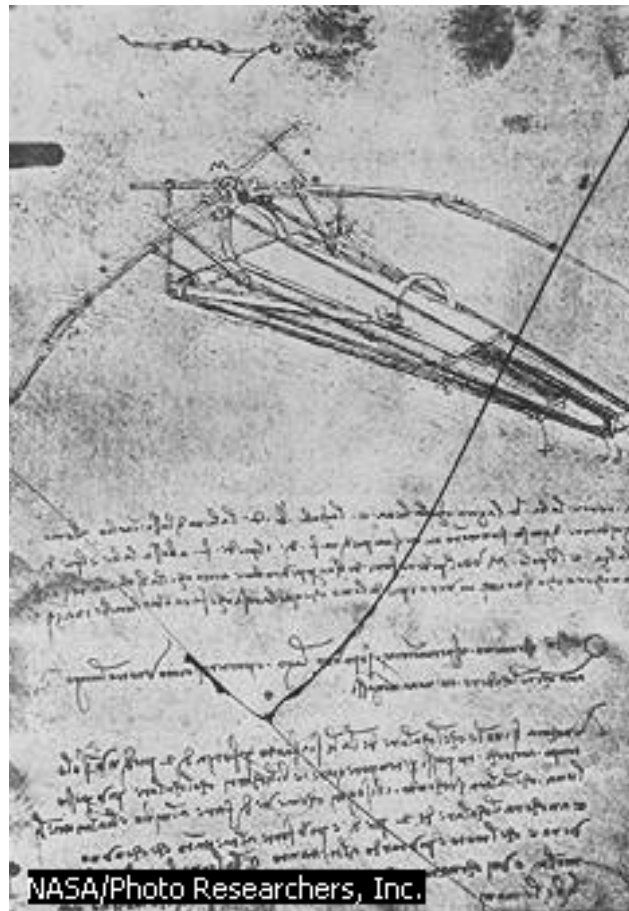
1. HISTORIA DE LA AERONAUTICA

Desde cierto período en la historia de la humanidad, el hombre empezó a creer que pudiese existir la manera de volar igual que las aves, pero la gran incógnita era; cómo podrían hacerlo?. A partir de esta incógnita este pensamiento se convirtió en una necesidad, que fue la clave para que ciertos sabios de la historia diseñaran los primeros artefactos con capacidad de volar. Estos antiguos sabios creían que para volar sería necesario imitar el movimiento de las alas de los pájaros o el empleo de un medio como el humo u otro más ligero que el aire, sin embargo el primer vuelo con éxito fue precedido de siglos de sueños, estudio, especulación y experimentación.

1.1. BREVE HISTORIA

Para lograr una de las hazañas más importantes por el hombre; constituir el primer vuelo con éxito, fue necesario siglos de sueños, estudio, especulación y experimentación. En un principio se creía que se podía volar imitando el movimiento de las alas de los pájaros o el empleo de un medio como el humo u otro más ligero que el aire. Hacia el siglo V de nuestra era fue diseñado el primer artefacto volador: la cometa o papalote. En el siglo XIII el monje inglés Roger Bacón, tras años de estudio, llegó a la conclusión de que el aire podría soportar un ingenio de la misma manera que el agua soporta un barco. A comienzos del siglo XVI Leonardo da Vinci analizó el vuelo de las aves y anticipó varios diseños que un tiempo después resultaron realizables. Entre estas importantes contribuciones estaban: el tornillo aéreo o hélice y el paracaídas. Leonardo ideó tres tipos de diferentes de diseños más pesados que el aire: el ornitóptero, máquina con alas como las de un pájaro que se podían mover mecánicamente; el helicóptero constituido para elevarse gracias al giro de un rotor situado en el eje vertical, y el planeador en el que el piloto se sujetaba a una estructura rígida a la que se fijaban las alas diseñadas a semejanza de las grandes aves. A partir de la experiencia, Leonardo cambio su teoría de que la fuerza muscular del hombre podría permitir el vuelo de sus diseños. Fue una figura muy importante porque aplicó por primera vez técnicas científicas para desarrollar sus ideas.

Figura 1: Ornitóptero diseñado por Leonardo da Vinci



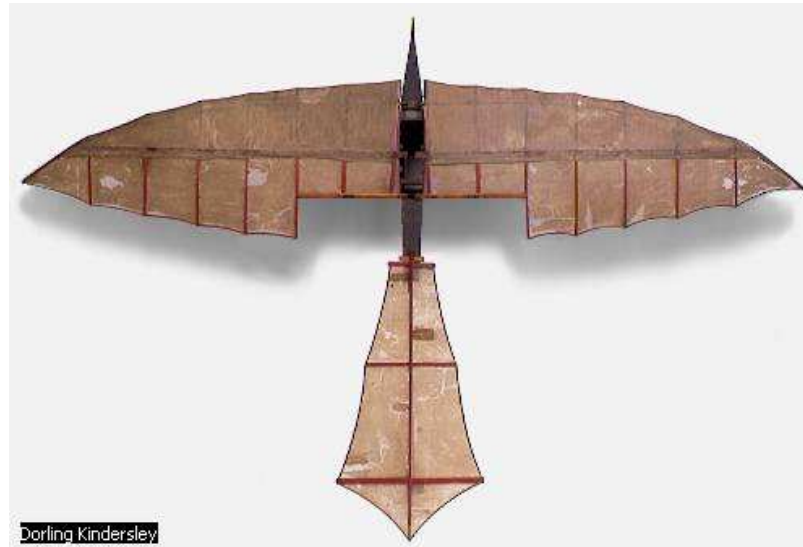
Fuente: Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

1.2. PIONEROS

El desarrollo práctico de la aviación siguió varios caminos durante el siglo XIX. El ingeniero aeronáutico e inventor británico George Cayley, comprobó sus ideas experimentando con planeadores y cometas capaces de transportar un ser humano. Diseñó una especie de helicóptero, propulsado solo por una hélice en el eje horizontal. Sus logros lo llevaron a ser conocido por algunos como el padre de la aviación. El científico británico Francis Herbert Wenham utilizó en sus estudios el túnel aerodinámico, para analizar el uso y comportamiento de varias alas colocadas una encima de otra. Otros personajes interesantes del mundo aeronáutico de la época fueron el inventor británico John Stringfellow y William Samuel Henson, quienes contribuyeron a principios de la década de 1840, para fabricar el prototipo de un avión que pudiera transportar pasajeros. El aparato desarrollado por Stringfellow en 1848 estaba propulsado por un motor de vapor y remolcado por un cable, consiguió despegar, aunque no pudo elevarse. El inventor francés Alphonse Penaud fabricó un modelo que se

lanzaba con la mano, propulsado por bandas de goma retorcidas previamente, y consiguió en el año 1871 que volase unos 35 metros. El inventor británico, Lawrence Hargrave desarrolló un modelo de alas rígidas que iba impulsado por paletas batientes movidas por un motor de aire comprimido. El astrónomo estadounidense Samuel Pierpont Langley fabricó en 1896 un monoplano en tándem impulsado por un motor de vapor cuyas alas tenían una envergadura de 4,6 m.

Figura 2: Prototipo aéreo a vapor de Henson y Stringfellow



Fuente: Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

Algunos inventores tuvieron más éxito que otros ya que se dedicaron al estudio de planeadores y contribuyeron al diseño de las alas, como el francés Jean Marie Le Bris, el estadounidense John Joseph Montgomery y el renombrado alemán Otto Lilienthal. Este último trabajó sus experimentos con cometas y ornitópteros, pero tuvo mayor éxito con sus vuelos en planeador entre 1894 y 1896. Murió en 1896 al perder el control de su aparato y estrellarse contra el suelo desde 20 m de altura. Percy S. Pilcher, de Escocia, que también había obtenido grandes éxitos con su planeador, tuvo igualmente un accidente mortal en 1899. El ingeniero estadounidense Octave Chanute consiguió en 1896 pequeños logros con sus planeadores de alas múltiples, su contribución más notable fue un libro escrito en 1894 sobre los avances aeronáuticos.

Figura 3: Otto Lilienthal en uno de sus vuelos en 1895.



Fuente: Aviación [en línea]. Florida: Wikimedia Foundation, 2008 [Consultado 25 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet:

http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Lilienthal_in_flight.jpg

Los experimentos realizados por varios inventores e ingenieros, con cometas durante esta época, consiguieron mejorar de forma notable los conocimientos sobre aerodinámica y estabilidad de vuelo, logrando publicaciones aeronáuticas de gran reconocimiento que sirvieron de gran ayuda a los nuevos inventores.

Entre 1890 y 1901 se realizaron numerosos experimentos con prototipos provistos de motor. El más importante fue el de L'Angle, un aeroplano a un 1/4 de escala de su tamaño real, que probó e hizo volar sin piloto en 1901 y 1903. El modelo a escala real se terminó en 1903 y realizó dos pruebas que terminaron en desastrosos accidentes. El aviador alemán Karl Jatho intentó en 1903, volar un modelo motorizado de tamaño real, pero sin tener éxito alguno. Los logros conseguidos a lo largo del siglo XIX aportaron los fundamentos necesarios para el éxito de los hermanos Wright, pero los mayores avances se debieron a los esfuerzos de Chanute, Lilienthal y L'Angle a partir de 1885. En 1903 aún no se habían conseguido la estabilidad y el control necesarios para un vuelo prolongado, pero los conocimientos aerodinámicos, y sobre todo el éxito de los motores de gasolina, que sustituyeron a los más pesados de vapor, permitirían que la aviación evolucionara con rapidez.

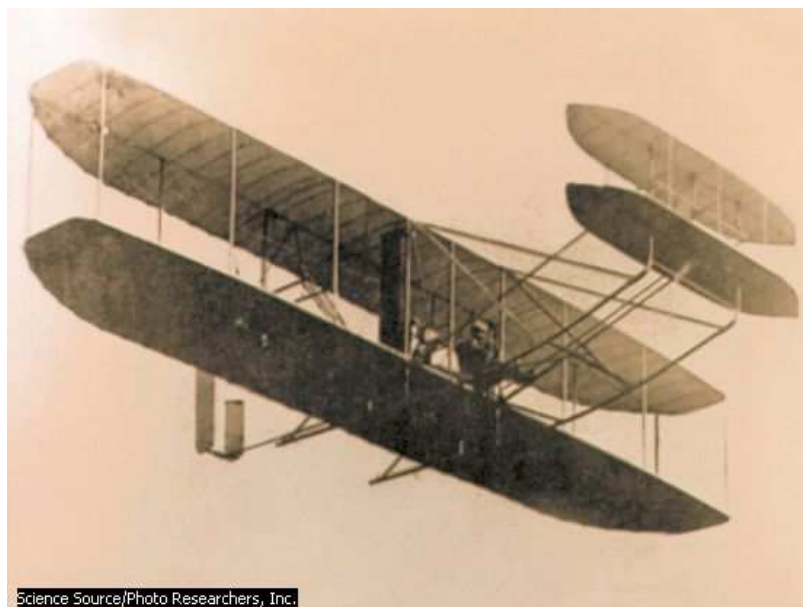
El desarrollo práctico de la aviación siguió varios caminos durante el siglo XIX. En esta época se destacaron el ingeniero aeronáutico e inventor británico George Cayley, El científico británico Francis Herbert Wenham, El inventor

británico John Stringfellow y William Samuel Henson, El inventor francés Alphonse Penaud, El inventor británico Lawrence Hargrave, El astrónomo estadounidense Samuel Pierpont Langley, entre otros; quienes de alguna manera aportaron un granito de arena a la creciente motivación por volar. A finales de este siglo se realizaron numerosos experimentos con prototipos provistos de motor. Los avances conseguidos en el siglo XIX aportaron los fundamentos necesarios para el éxito de los hermanos Wright.

1.3. EL PRIMER AVIÓN

El día 17 de diciembre de 1903, cerca de Kitty Hawk, en el estado de Carolina del Norte, los hermanos estadounidenses Wilbur y Orville Wright realizaron el primer vuelo pilotado de una aeronave más pesada que el aire propulsada por motor. El avión fue diseñado, construido y pilotado por ambos hermanos, quienes realizaron dos vuelos cada uno. El más largo fue el de Wilbur con 260 m recorridos en 59 segundos. Al año siguiente continuaron mejorando el diseño del avión y su experiencia como pilotos a lo largo de 105 vuelos, algunos de más de 5 minutos. En 1905 llegaron a recorrer 38,9 km en 38 minutos y 3 segundos. Todos los vuelos se realizaron en campo abierto, regresando casi siempre cerca del punto de despegue¹.

Figura 4: Flyer de los Hermanos Wright



Fuente: Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD

¹ Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

En contraste con Europa, los hermanos Wright conseguían en Estados Unidos superar sus marcas día a día. El 3 de septiembre de 1908, Orville Wright hizo una demostración con un modelo más veloz para el Cuerpo de Señales del Ejército en Fort Meyer, Virginia. El 9 de septiembre completó el primer vuelo mundial de más de una hora y, también por primera vez, se transportó un pasajero, el teniente Frank P. Lamh, durante 6 minutos y 24 segundos. Estas demostraciones se interrumpieron el 17 de septiembre a causa de un accidente en el que resultaron heridos Orville y su pasajero, el teniente Thomas E. Selfridge, quien murió horas después a consecuencia de una conmoción cerebral. Entretanto Wilbur Wright, que había ido a Francia en agosto, completó, el 31 de diciembre, un vuelo de 2 horas y 20 minutos demostrando un control total de su avión con suaves virajes, subidas y descensos a su entera voluntad. Recuperado de sus heridas y con la colaboración de Wilbur, Orville reanudó las demostraciones para el Cuerpo de Señales en julio de 1909 y cumplió sus requisitos a finales de mes. El aeroplano fue comprado el 2 de agosto y se convirtió en el primer avión militar operativo de la historia. Permaneció en servicio activo durante dos años y después fue retirado y trasladado al Instituto Smithsonian, en la ciudad de Washington².

1.4. DESARROLLO DE LA AVIACION

A partir del éxito de este par de hermanos se empezaron a trabajar en distintos lugares del mundo en diseños que tuvieran un rendimiento cada vez mejor, logrando así notables avances en la aviación.

El comienzo de la primera guerra mundial fue fundamental para el desarrollo de la aviación, debido a la presión de utilizar los aeroplanos y aeronaves como recursos para la guerra, se logró construir un mayor número de aviones en los cuatro años de conflicto que en los trece años transcurridos desde el primer vuelo. Los aviones fueron modificados y mejorados para ser utilizados como armas letales, uno de los aviones más reconocidos fue el hidroavión NC-4, que logró atravesar el océano desde Estados Unidos hasta Inglaterra. En la post Guerra, los aviones con fines militares decayeron para darle paso a la nueva industria de aviones con fines comerciales: transporte de pasajeros, fotografía aérea, propaganda, vuelos de instrucción, carreras aéreas y exhibiciones acrobáticas.

Las exigencias de la 2da guerra Mundial aceleraron el desarrollo de los aviones y se consiguieron importantes avances en los de bombardeo y combate, así como en el transporte aéreo de tropas paracaidistas, tanques y equipo pesado. De esta forma y por primera vez en la historia, la aviación se convirtió en el factor más decisivo en el desarrollo de la guerra.

² Ibíd., 1 DVD.

Figura 5: Biplano de la II Guerra Mundial



Fuente: Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

En la postguerra la producción de aeroplanos militares en Estados Unidos se redujo drásticamente, pero los pedidos de aviones civiles se incrementaron de forma considerable. La experiencia obtenida en la fabricación de aviones militares durante la guerra fue utilizada en la construcción de aviones civiles nada más terminar las hostilidades. Las compañías aéreas dispusieron de aviones más grandes y más rápidos con adelantos como las cabinas presurizadas. Se mejoraron los aeropuertos, los pronósticos meteorológicos y las ayudas a la navegación fueron más eficientes. Posteriormente se realizaron experimentos en el campo del diseño aerodinámico, de los nuevos metales, nuevas plantas de potencia y avances electrónicos trajeron el desarrollo de los aviones turbo reactores de alta velocidad, diseñados para vuelos transoceánicos, vuelos supersónicos, aviones cohete experimental, aviones de despegue corto o vertical (STOL, VTOL) y cohetes espaciales. En la actualidad existen en la mayoría de las naciones leyes sobre la navegación aérea que junto con otras medidas han llevado a este medio de transporte a convertirse en uno de los más seguros y eficientes.

2. ESTUDIO DEL AVIÓN

Un avión también denominado aeroplano, es un aerodino de ala fija, o aeronave más pesada que el aire, equipado de alas y un cuerpo de carga capaz de volar, propulsado siempre por uno o más motores, para generar cualquier tipo de aplicación es necesario realizar un estudio inicial para conocer, sus partes básicas (estructura), aerodinámica implicada, estabilidad del avión, entre otros.

2.1. ESTRUCTURA DEL AVIÓN

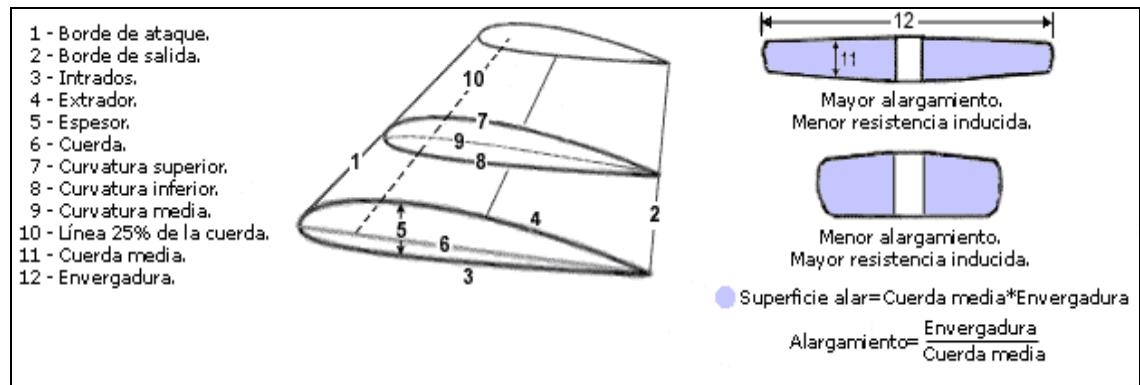
Un avión básicamente está constituido por cinco grandes partes que son: Fuselaje, Alas, Empenaje de Cola, Motor, Tren de aterrizaje

2.1.1. Fuselaje. Esta estructura soporta todos los componentes del avión. Es necesario que sea completamente aerodinámico, resistente, y pueda soportar carga y tripulación. Anteriormente los fuselajes eran abiertos y no aportaban ningún beneficio aerodinámico, a partir de muchos problemas presentados por este tipo de fuselajes, fue necesario aumentar la resistencia y mejorar las prestaciones, esto llevó a desarrollar fuselajes cerrados, afianzados y sujetos por medio de montantes y cables de riostramiento, que mejoraban las condiciones aerodinámicas, proporcionaban protección a los pilotos y pasajeros y conseguían mayor espacio para el equipaje y la carga. Poco tiempo después aparecieron los fuselajes monocasco, una novedad que consistía en integrar en un solo cuerpo la estructura y su recubrimiento. Es el modelo más usado actualmente y permite presurizar el interior para volar a elevadas altitudes.

2.1.2. Alas. Son el elemento primordial de cualquier aeroplano. En ellas es donde se originan las fuerzas que hacen posible el vuelo. En su diseño se tienen en cuenta numerosos aspectos: peso máximo a soportar, resistencias generadas, comportamiento en la pérdida, etc. o sea, todos aquellos factores que proporcionen el rendimiento óptimo para compaginar la mejor velocidad con el mayor alcance y el menor consumo de combustible posibles.

Por ser la parte más importante de un aeroplano y por ello quizá la más estudiada, es posiblemente también la que más terminología emplee para distinguir las distintas partes de la misma. A continuación se detalla esta terminología (figura 6).

Figura 6. Terminología general de los elementos del ala.



Fuente: MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

2.1.3. Flecha. Angulo que forman las alas (más concretamente la línea del 25% de la cuerda) respecto del eje transversal del avión. La flecha puede ser positiva (extremos de las alas orientados hacia atrás respecto a la raíz o encastre, que es lo habitual), neutra, o negativa (extremos adelantados). Para tener una idea más gráfica, pongamos nuestros brazos en cruz como si fueran unas alas; en esta posición tienen flecha nula, si los echamos hacia atrás tienen flecha positiva, y si los echamos hacia delante tienen flecha negativa³.

Figura 7. Flecha del ala.



Fuente: MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

2.1.4. Diedro. Visto el avión de frente, ángulo en forma de "V" que forman las alas con respecto al horizonte. El ángulo diedro puede ser positivo, neutro, o negativo. Volviendo a nuestros brazos en cruz, en posición normal tenemos diedro neutro, si los subimos tienen diedro positivo y si los bajamos tienen diedro negativo⁴.

³ MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

⁴ Ibíd., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

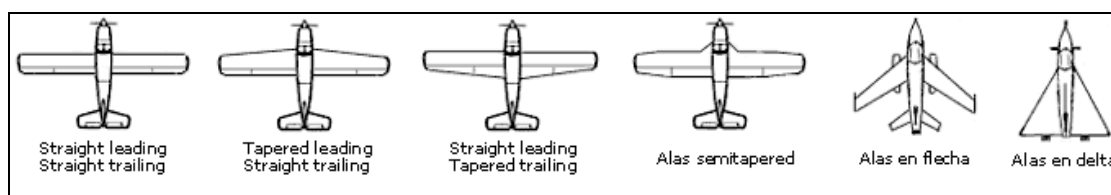
Figura 8. Ángulos Diedros.



Fuente: MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

2.1.5. Forma. Las alas pueden tener las formas más variadas: estrechándose hacia los extremos (tapered) o recta (straight), en la parte del borde de ataque (leading) o del borde de salida (trailing), o cualquier combinación de estas; en forma de delta, en flecha, etc. Si la velocidad es el factor principal, un ala "tapered" es más eficiente que una rectangular (straight) porque produce menos resistencia; pero un ala "tapered" tiene peores características en la pérdida salvo que tenga torsión (ángulo de incidencia decreciente hacia el borde del ala)⁵.

Figura 9. Algunas Formas de Alas.



Fuente: MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

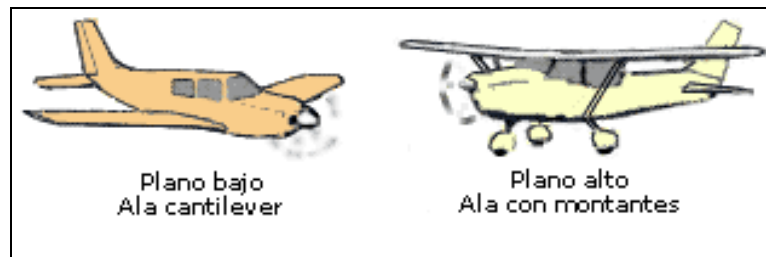
Según la colocación de las alas en el fuselaje, los aviones son de plano alto, plano medio, o plano bajo. Asimismo, según el número de pares de alas, los aviones son monoplanos, biplanos, triplanos, etc.

También se distinguen alas de geometría fija (la gran mayoría), de geometría variable (que pueden variar su flecha), y alas de incidencia variable (que pueden variar su ángulo de incidencia). Estos dos últimos tipos son de aplicación casi exclusiva en aviones militares.

Las alas pueden estar fijas al fuselaje mediante montantes y/o voladizos, con ayuda de cables, o estar fijadas sin montantes externos ni ayuda de cables (alas cantiléver, también llamadas "ala en voladizo" o "ala en ménsula").

⁵ Ibíd., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

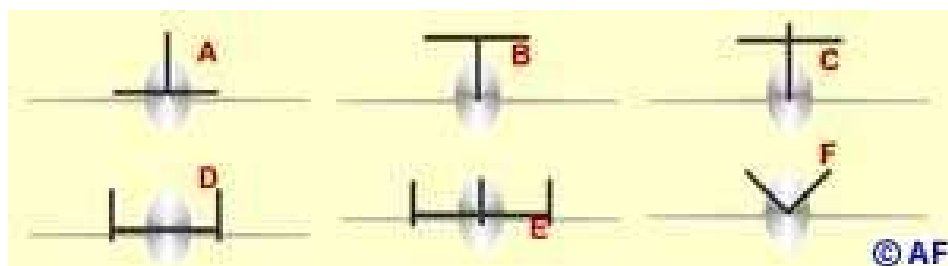
Figura 10. Colocación y sujeción al fuselaje.



Fuente: MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV14.html>

2.1.6. Empenaje de Cola. El empenaje de cola consta de dos superficies básicas, la horizontal y la vertical. Cada una tiene secciones fijas para proporcionar estabilidad y móviles para controlar mejor el vuelo. La sección fija de la superficie horizontal se llama estabilizador horizontal, mientras que en la posterior se encuentra la parte móvil llamada timón de profundidad o elevador. La parte fija de la superficie vertical es el estabilizador vertical y la móvil el timón de dirección. Hay diseños que tienen dos superficies verticales y, por tanto, dos timones de dirección. Los empenajes de cola inclinados combinan las funciones de dirección y profundidad en un solo mecanismo. En algunos aviones supersónicos, la superficie horizontal se ha sustituido por dos aletas (*canard*) situadas a cada lado cerca del morro del avión. En la mayoría de los aviones el empenaje de cola posee una estructura estándar simple; un estabilizador vertical y dos estabilizadores horizontales en forma de "T" invertida, de "T" normal o en forma de cruz, aunque también se pueden encontrar aviones con dos y con tres estabilizadores verticales, así como en forma de "V" con estabilizador vertical y sin éste.

Figura 11. Diferentes tipos de Empenajes.



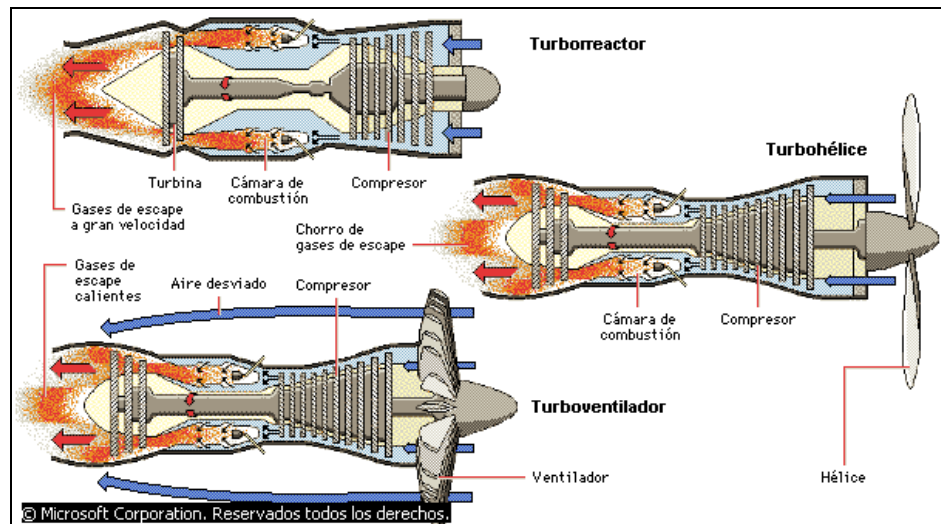
Fuente: GARCIA ALVAREZ, José Antonio. Partes del Avión. ASI FUNCIONA EL AVION: Material de Aviación. Madrid-España, © 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: http://www.asifunciona.com/aviacion/af_avión/af_avión3.htm

- Diferentes tipos de empenajes. (A) Estándar, (B) En forma de "T", (C) En forma de cruz, (D) Cola con dos estabilizadores verticales, (E) Con tres estabilizadores verticales, (F) Tipo "V-Mariposa".

2.1.7. Motor. Todos los aviones, excepto los planeadores, necesitan de uno o varios motores que lo impulsen para poder volar. De acuerdo al tamaño, los aviones pueden tener: Uno (monomotor), Dos (bimotor), Tres (trimotor), Cuatro (cuatrimotor o tetramotor), Seis (hexamotor). Los aviones monomotores son, generalmente, de pequeño tamaño y llevan el motor colocado en el morro o nariz. Los aviones que tienen más de un motor generalmente los llevan colgados en pilones debajo de las alas, o colocados en la parte trasera del fuselaje en la zona de la cola.

Los dos tipos de motores que podemos encontrar en los aviones son: de émbolo o pistón (explosión) y los de reacción (turbina). Los tres tipos más comunes de motores de reacción son el turbo reactor, la turbohélice y el turboventilador. El aire que entra en un motor turbo reactor se comprime y pasa a la cámara de combustión. Allí el oxígeno del aire se combina con el combustible; es decir, lo quema. Los gases calientes generados hacen girar la turbina que activa el compresor, creándose un ciclo. En las turbohélices, casi toda la potencia la genera la hélice movida por la turbina. Los turboventiladores combinan aire propulsado con el chorro de gases calientes, por un ventilador, que es movido por la turbina y desviado alrededor de la cámara de combustión, lo que reduce el ruido.

Figura 12. Motor de Reacción



Fuente: Aviación. En: Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

2.1.8. Tren de aterrizaje. Es el mecanismo al cual se fijan las ruedas del avión. Los aviones pequeños suelen tener solamente tres ruedas, una debajo de cada ala y otra en el morro o nariz. En modelos de aviones antiguos o en los destinados a realizar acrobacia aérea, esa tercera rueda se encuentra situada en la cola. En el primer caso la configuración se denomina “triciclo” y mantiene todo el fuselaje del avión levantado al mismo nivel sobre el suelo cuando se encuentra en tierra. En los aviones que tienen la rueda atrás, llamada también

“patín de cola”, el morro o nariz se mantiene siempre más levantado que la cola cuando el avión se encuentra en tierra.

En la mayoría de los aviones pequeños que desarrollan poca velocidad, el tren de aterrizaje es fijo. Sin embargo, en los más grandes y rápidos es retráctil, es decir, que se recoge y esconde completamente después del despegue, para que no ofrezca resistencia al aire al aumentar la velocidad de desplazamiento. Dos de los trenes de aterrizaje se esconden, generalmente, debajo de las alas y el delantero dentro del morro o nariz. Es tan grande la resistencia que puede ofrecer el tren de aterrizaje cuando el avión se encuentra ya en vuelo, que si no se recoge, la fuerza que adquiere el viento al aumentar la velocidad puede arrancarlo del fuselaje.

3. CONCEPTOS BASICOS DE AERONAUTICA

La aeronáutica está relacionada con el estudio, diseño y manufactura de los aparatos mecánicos capaces de elevarse en vuelo, y el conjunto de las técnicas de control de aeronaves. La aeronáutica también engloba la aerodinámica, que estudia el movimiento y el comportamiento del aire cuando un objeto se desplaza en su interior, como sucede con los aviones.

3.1. SISTEMA DE EJES DE UN AVIÓN

Un avión tiene la libertad de moverse por cada una de las tres dimensiones del espacio, pero existen ciertas restricciones para realizar algunos movimientos que se podrían pensar que son posibles. Técnicamente se puede establecer que un avión tiene seis grados de libertad, es decir, seis tipos de movimiento independientes. Tres de ellos corresponden a desplazamiento, y los otros tres, a la rotación alrededor de sus ejes.

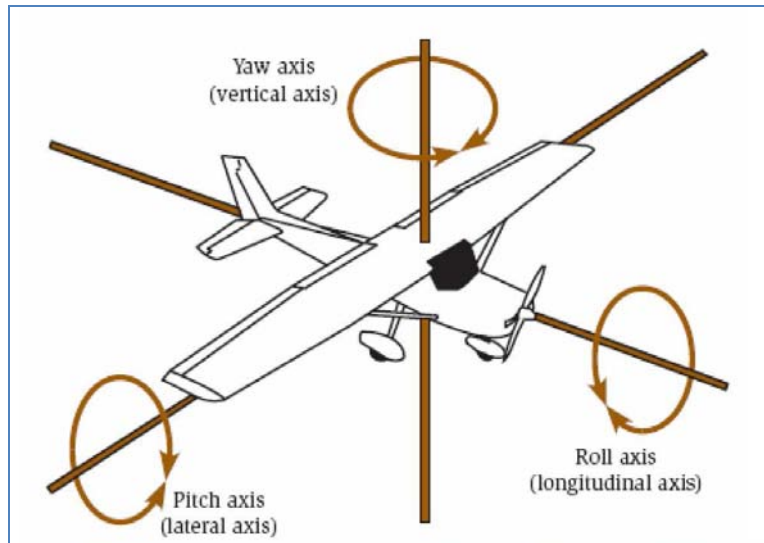
El plano tridimensional del avión se maneja a partir de los siguientes tres ejes:

3.1.1. Cabeceo (*Pitch*). Este tipo de giro es realizado en torno al eje Y del avión, su origen está en el centro de gravedad y es perpendicular al plano de simetría del avión, siendo su sentido positivo hacia el ala derecha, su efecto se aprecia como un ascenso o descenso de su nariz.

3.1.2. Balanceo (*Roll*): Es un movimiento en torno al eje longitudinal del avión, (eje X), su origen está en el centro de gravedad y está situado en el plano de simetría del avión y se aprecia como una inclinación lateral del mismo.

3.1.3. Guiñada (*Yaw*): Es un giro en torno al eje vertical (Z) del avión, originado en el centro de gravedad, situado en el plano de simetría del avión y su sentido positivo es hacia abajo, produce un cambio en la dirección horizontal de su vuelo.

Figura 13. Ejes que actúan sobre el avión



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 33.

3.2. FUERZAS SOBRE EL AVIÓN

Son básicamente cuatro las fuerzas que influyen en el movimiento de un avión típico. Estas cuatro fuerzas interactúan de diferentes formas para dar lugar a cada una de las situaciones más comunes de vuelo, como lo son el despegue, el aterrizaje, el ascenso, el descenso y el vuelo a nivel. Estas fuerzas se describen a continuación.

3.2.1. Sustentación. Esta fuerza de origen aerodinámico es provocada principalmente por las alas del avión, y permite que éste se eleve.

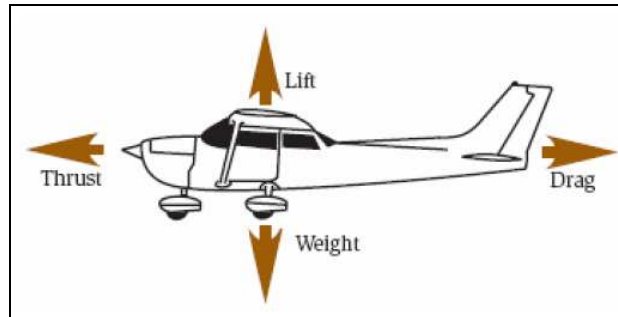
3.2.2. Arrastre. Ésta también tiene su origen en la aerodinámica del avión, y se opone a su movimiento. El ideal es que esta fuerza sea pequeña.

3.2.3. Propulsión. Es la fuerza que produce el motor del avión para impulsarlo. Esta fuerza se opone al arrastre, y cuando ambas son iguales, el avión mantiene su rapidez.

3.2.4. Fuerza de Gravedad. Es provocada por el campo gravitacional de la Tierra, y se mantiene relativamente constante en vuelos dentro de la atmósfera.

Además de las fuerzas básicas anteriores, existen los momentos (torques) del avión, que se producen por la acción de las fuerzas en torno a un punto. Estos momentos se generan en torno a los tres ejes del avión, y dan lugar a los tres tipos de giro que pueden producirse (cabeceo, balanceo, guiñada).

Figura 14. Fuerzas que actúan sobre el avión



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 33.

3.3. ESTABILIDAD

Propiedad de un cuerpo que tiende a volver a su posición o movimiento originales cuando el objeto se aparta de la situación de equilibrio o movimiento uniforme, como resultado de la acción de unas fuerzas o momentos recuperadores. En un sistema móvil u oscilante, la estabilidad suele exigir tanto una fuerza recuperadora como un factor amortiguador. Si las fuerzas recuperadoras de un sistema oscilante eléctrico o mecánico como por ejemplo un servomecanismo, no actúan en el momento correcto, y si la amortiguación no es suficiente, las fuerzas no pueden cumplir su función, con lo que el sistema se hace inestable y se descontrola⁶.

3.3.1. Estabilidad estática. Es la capacidad que tiene un cuerpo para volver a su estado de equilibrio si sufre algún tipo de perturbación, para el caso en cuestión, es la capacidad que tiene una aeronave para recobrar una posición de equilibrio después de sufrir una perturbación que la haya modificado (turbulencia, ráfaga de viento, etc.). La estabilidad estática se puede clasificar en tres tipos: positiva, neutra y negativa.

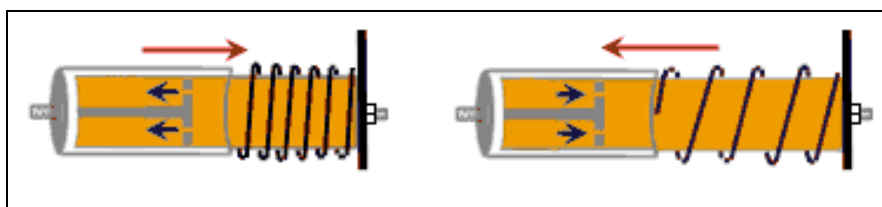
Estabilidad positiva (Sistema Estable) significa que si un sistema es desplazado de su posición de equilibrio, genera fuerzas tendentes a volver a la posición inicial. Estabilidad neutra (Sistema Neutro) se da cuando un sistema desplazado de su posición de equilibrio no genera

⁶ Aviación Op. cit., 1 DVD

ninguna fuerza y permanece equilibrado en esta nueva posición. Estabilidad negativa (Sistema Inestable) es cuando un sistema desplazado de su posición de equilibrio genera fuerzas que tienden a desplazarlo aún más⁷.

3.3.2 Estabilidad dinámica: Un sistema posee estabilidad dinámica si el movimiento del sistema produce una fuerza que se opone a ese movimiento. La estabilidad dinámica también puede ser positiva, neutra, o negativa; positiva cuando las oscilaciones se amortiguan cada vez más hasta paralaras; neutra cuando no se amortiguan; y negativa cuando se van haciendo cada vez mayores.

Figura 15. Amortiguador Hidráulico



Fuente: MUÑOZ M. A. Principios Básicos. MANUAL DE VUELO: Material de Aviación. Barcelona-España, © 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

La figura anterior puede servirnos de modelo para diferenciar ambos tipos de estabilidad. El muelle es un ejemplo de estabilidad estática positiva, pues cuando se le estire o comprima, tratará de volver a su posición de equilibrio, realizando un movimiento oscilatorio hasta encontrarla. El amortiguador, es un ejemplo de estabilidad dinámica positiva. Al comprimirse, el aceite que contiene es obligado a pasar hacia arriba a través de unos pequeños agujeros, suavizando este movimiento. Pero cuando el muelle tienda a recuperar la posición inicial, el aceite en la parte de arriba será forzado a pasar hacia abajo a través de los mismos agujeros, suavizando de nuevo el movimiento y las oscilaciones. En cualquiera de los dos casos, la dificultad del aceite para pasar de uno a otro lado debido a su viscosidad es la fuerza que se opone al movimiento del amortiguador. La estabilidad estática se refiere a las fuerzas que se desarrollan dependiendo de la posición del sistema, mientras que la estabilidad dinámica se refiere a las que se desarrollan en función de la velocidad. Cuando un sistema tiene estabilidad estática positiva pero no suficiente estabilidad dinámica (amortiguación) surgen las oscilaciones. Una mala interpretación de la estabilidad, hace que al hablar de estabilidad refiriéndose a un avión se piense en este volando

⁷ Op. Cit., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

recto y nivelado. Realmente la estabilidad se refiere a cualquier posición de equilibrio: aparcado, en vuelo recto y nivelado a velocidad constante, en descenso o ascenso a velocidad constante, etc⁸.

3.3.3. Estabilidad referente a cada eje de movimiento. A partir de la explicación anterior de estabilidad, un avión será ESTABLE si al separarse de su posición de equilibrio tiende a recuperarla; NEUTRO si al separarse de su posición de equilibrio permanece en esa nueva posición sin alejarse más ni volver a la posición inicial, e INESTABLE si al separarse de su posición de equilibrio tiende a alejarse de ella cada vez más. Según nuestro criterio, parece obvio que un aeroplano debería tener estabilidad positiva, quizá neutra, pero en ningún caso negativa.

En un sistema multidimensional debemos considerar la estabilidad para cada uno de sus ejes por separado. Una aeronave, es un sistema multidimensional, por lo tanto trataremos la estabilidad referente a cada uno de los tres ejes de movimiento, entonces manejaríamos los siguientes tipos de estabilidad: longitudinal, lateral y vertical.

- Estabilidad Longitudinal. La estabilidad longitudinal, se refiere al movimiento del avión sobre su eje transversal (morro arriba/abajo) y es la más importante porque determina en gran medida las características de cabeceo del mismo, particularmente las relativas a la pérdida.

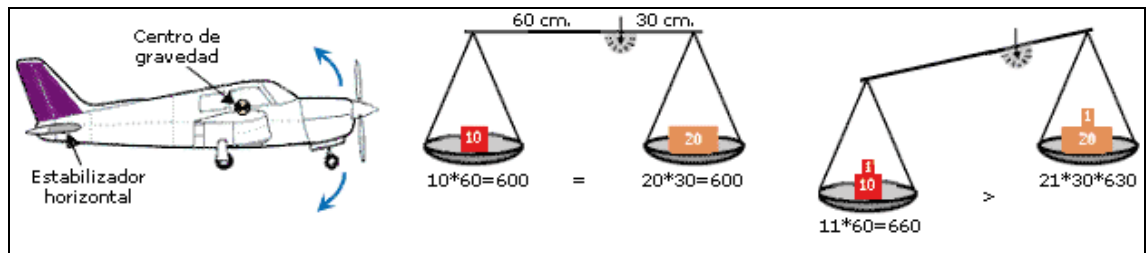
De todas las características que afectan al balance y controlabilidad del avión, la de mayor importancia es la estabilidad longitudinal. Es bastante inseguro y poco confortable que un avión muestre tendencia a encabritarse o picar, cuando nuestra atención se encuentra ocupada en otra cosa.

Aunque es difícil obtener un grado exacto de estabilidad longitudinal para todas las condiciones de vuelo, es esencial conseguir un compromiso aceptable para que el vuelo sea seguro y confortable. La estabilidad longitudinal de la aeronave está resuelta primariamente por el estabilizador horizontal de cola (figura 16). Puesto a propósito en la parte más alejada de las alas, este estabilizador aerodinámico genera las fuerzas necesarias para contrarrestar el efecto de fuerzas externas. Al ser la parte más alejada del centro de gravedad cualquier fuerza, por pequeña que sea, ejercida sobre este dispositivo tendrá un gran efecto de corrección (mayor par de fuerza)⁹.

⁸ Ibíd., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

⁹ Ibíd., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

Figura 16. Estabilizador horizontal y efecto del par de fuerza.



Fuente: MUÑOZ M. A. Principios Básicos. MANUAL DE VUELO: Material de Aviación. Barcelona-España, © 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

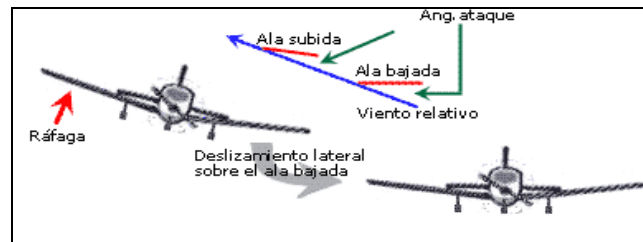
Si una ráfaga de viento levanta la nariz del avión, es porque viene por debajo de nuestra trayectoria de vuelo y afectará tanto a las alas como a la cola del avión. Este cambio del viento relativo supone un incremento del ángulo de ataque, más acusado en la cola debido a su mayor distancia al centro de gravedad, la cual se levantará volviendo a poner el morro con la actitud anterior y disminuyendo el ángulo de ataque de las alas.

Si la ráfaga viene por arriba habrá menos ángulo de ataque, y el déficit de sustentación más acusado en la cola hará que esta baje volviendo a poner el avión en equilibrio.

- **Estabilidad Lateral.** La estabilidad lateral se refiere a la mostrada por la aeronave sobre su eje longitudinal. Un avión que tiende a volver a su posición de alas niveladas después de que una ráfaga de viento levante o baje una de ellas se dice que es lateralmente estable. Nuevamente, sería menos confuso de entender si se habla de estabilidad sobre el eje de alabeo (Roll).

La estabilidad lateral del avión viene proporcionada básicamente por el diseño en ángulo diedro de las alas, por el cual los extremos de las alas están en un plano más alto que la parte anclada al fuselaje. El efecto estabilizador de este diseño, ocurre cuando un ala es bajada súbitamente por una ráfaga de aire y debido a ello el avión se desliza sobre esa ala. Este deslizamiento produce un aumento del ángulo de ataque del ala bajada con respecto del ala que está más alta; este incremento produce sustentación adicional en el ala bajada haciendo que esta suba y recupere el equilibrio.

Figura 17. Desarrollo de la Estabilidad lateral

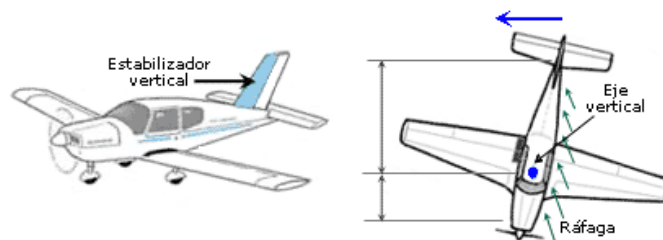


Fuente: MUÑOZ M. A. Principios Básicos. MANUAL DE VUELO: Material de Aviación. Barcelona-España, © 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

- **Estabilidad Direccional.** La estabilidad direccional concierne al movimiento del avión sobre el eje vertical. Si el eje longitudinal del aeroplano tiende a seguir la trayectoria de vuelo, bien en vuelo recto o en giros, se dice que es direccionalmente estable. Más claro de comprender si hablamos de estabilidad sobre el eje de guiñada (Yaw).

El elemento que proporciona estabilidad direccional al avión es el estabilizador vertical de cola, que tiene el mismo funcionamiento aerodinámico que los demás estabilizadores. Si una racha de viento alcanza al avión por un costado, el mayor par de fuerza ejercido por el estabilizador vertical hará que la cola trate de orientarse hacia la ráfaga, moviendo el morro al lado contrario y recuperando de esta forma la trayectoria¹⁰.

Figura 18. Estabilizador vertical y estabilidad direccional.



Fuente: MUÑOZ M. A. Principios Básicos. MANUAL DE VUELO: Material de Aviación. Barcelona-España, © 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>.

A partir de los conocimientos previos adquiridos, podemos determinar que la base fundamental del éxito de los UAV data de una estrategia de control que puede soportar todas las condiciones físicas que afectan directamente la estabilidad general de la aeronave. Dependiendo de la aeronave la estrategia de control para la estabilidad puede cambiar, siempre y cuando se garantice el óptimo funcionamiento del dispositivo.

¹⁰ Ibíd., Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>

4. FUERZAS AERODINAMICAS

Para afianzar el entendimiento del porque se puede lograr una aeronave estable es necesario estudiar cómo se originan las fuerzas aerodinámicas y cómo influyen en el avión. Esto implica que se deba expresar como un avión puede “sustentarse en el aire”. Básicamente se logra gracias a una fuerza que nace en el centro aerodinámico del perfil alar y varía dependiendo del ángulo de ataque (ángulo formado entre la cuerda y el vector de flujo del viento. Relative wind. Ver Figura 20). Esta fuerza produce un momento sobre el centro aerodinámico (Ver figura 25) produciendo un movimiento brusco en el avión, este momento se cancela con una fuerza generada a cierta distancia del centro aerodinámico y se ubica en el timón de cola del avión (esta conjetura cumple la regla de $T = r \times V$, donde T es el momento, r es el brazo y V es la fuerza).

Para entrar más a fondo, en la aerodinámica del avión empezaremos por definir: el origen de las fuerzas aerodinámicas,

4.1. ORIGEN DE LAS FUERZAS AERODINAMICAS

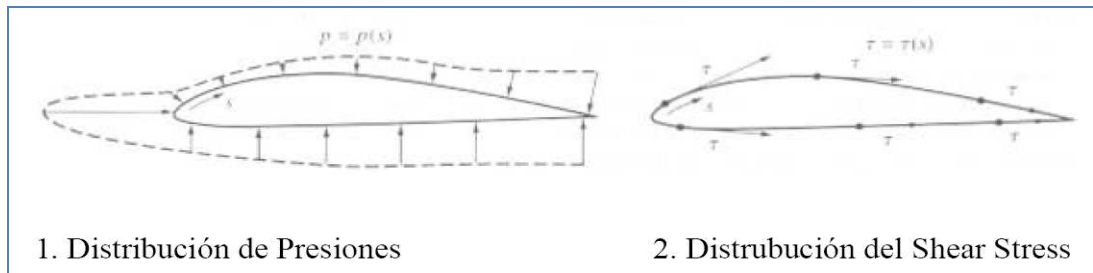
Las fuerzas aerodinámicas son aquellas que actúan sobre los cuerpos que se mueven en fluidos como el aire y fluidos gaseosos.

Las fuerzas aerodinámicas son generadas a partir de:

4.1.1. La Presión. Fuerza por unidad de superficie que ejerce un líquido o un gas perpendicular a dicha superficie, para nuestro caso la presión será ejercida por el flujo relativo del viento sobre el perfil alar.

4.1.2. El Shear Stress. Fuerza que actúa localmente de forma paralela sobre una superficie.

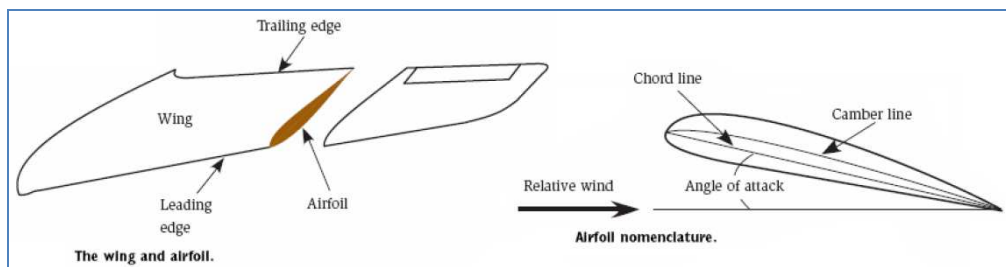
Figura 19. Distribución de presiones en el perfil alar.



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 34.

En la figura 19 podemos ver como la presión actúa localmente y de forma perpendicular a la superficie, mientras que el Shear Stress actúa localmente pero de forma paralela a la superficie. Así, la fuerza aerodinámica resultante sobre dicho cuerpo se generará debido a la distribución de estas dos componentes (presión y shear stress).

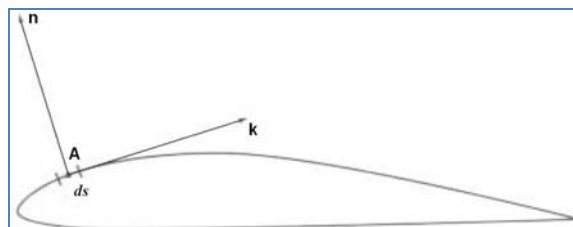
Figura 20. Perfil Alar de una superficie de ala



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 35.

Para el estudio aerodinámico es necesario partir del análisis del perfil aerodinámico del ala (Airfoil):

Figura 21: Vectores Unitarios aplicados en el perfil alar.



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 39.

Consideremos el punto A en la grafica anterior localizado sobre la superficie del cuerpo aerodinámico.

Ahora, dibujemos un par de vectores unitarios n , k , normal y tangencial respectivamente, con respecto de la superficie aerodinámica. Seleccionemos un segmento infinitesimal ds sobre dicha superficie.

Si ρ, τ son la *Presión* y el *Shear Stress* local en el punto A, entonces podemos encontrar una fuerza aerodinámica resultante R sobre en cuerpo aerodinámico que sería:

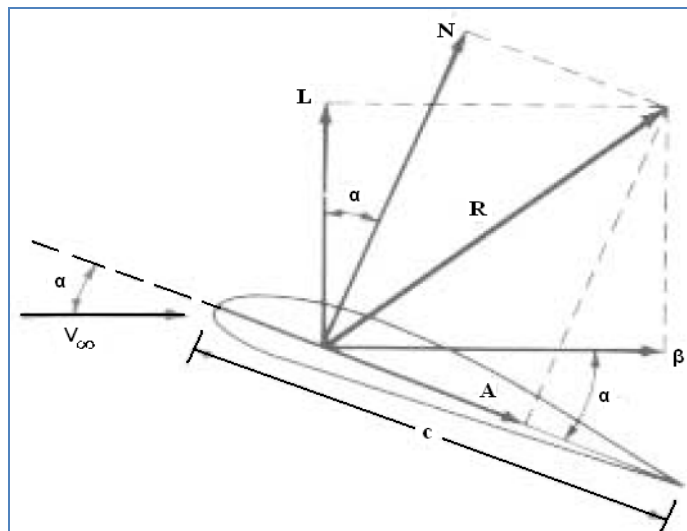
$$R = \underbrace{-\iint_S \rho n ds}_a + \underbrace{\iint_S \tau k ds}_b \quad \text{EC.1}$$

a - Fuerza debido a la presión

b - Fuerza debido a la fricción

4.2. SUSTENTACION, RESISTENCIA Y MOVIMIENTO

Figura 22. Descomposición vectorial del perfil alar.



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 42.

Donde:

L: es la Fuerza de sustentación (Lift)

D: es la Fuerza de arrastre o Resistencia (Drag)

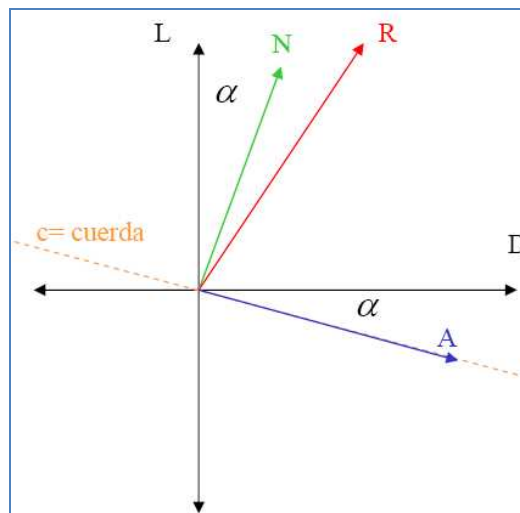
α : es el ángulo de ataque

V_∞ : es el vector viento relativo

- La componente de R perpendicular con respecto a la dirección del vector viento- relativo a la sustentación L (Lift).
- La componente de R paralela con respecto a la dirección del vector viento relativo es la Resistencia D (Drag).
- La componente de R perpendicular a la cuerda (c) es la fuerza normal N.
- La componente de R paralela a la cuerda (c) es la fuerza axial A.

α : es el ángulo de ataque, o en otras palabras, el ángulo formado entre los siguientes vectores:

Figura 23. Análisis del vector α



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 58.

A partir de la grafica obtenemos:

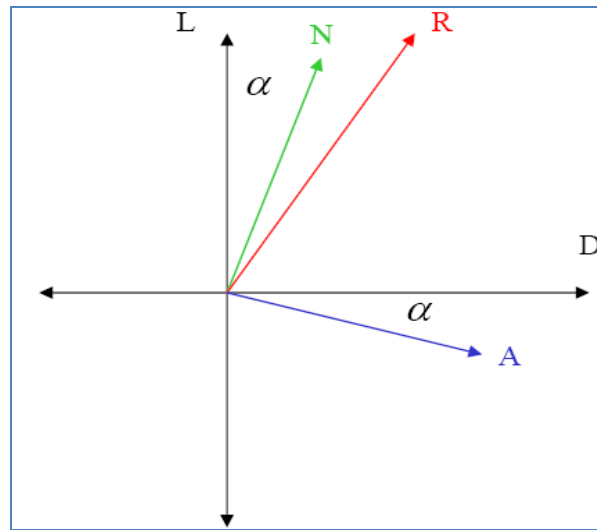
$$\alpha = \angle c, V_{\infty} \quad \text{EC. 2}$$

$$\alpha = \angle L, N \quad \text{EC. 3}$$

$$\alpha = \angle D, A \quad \text{EC. 4}$$

La relación geométrica entre estos vectores (Fuerzas Aerodinámicas) será:

Figura 24. Relación geométrica de las fuerzas aerodinámicas



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 59.

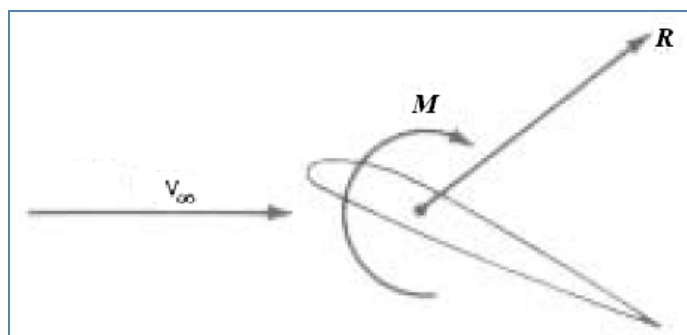
En la Figura 24 observamos que:

$$L = N \cos \alpha - a \sin \alpha \quad \text{EC. 5}$$

$$L = N \sin \alpha + a \cos \alpha \quad \text{EC. 6}$$

Así, el efecto neto de la distribución de la *Presión* y el *Shear Stress* al integrarse sobre toda la superficie aerodinámica lo podremos graficar así:

Figura 25: Resultante de la fuerza R y el momentum M.



Fuente: Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. p. 45.

Generando como resultado la fuerza R y el momentum M.

Matemáticamente la ecuación de Bernoulli describe que:

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = cte \quad \text{EC. 7}$$

Presión estática + presión dinámica = constante

Presión estática + presión dinámica = presión total

El flujo (aire) en estacionario, ejerce una presión estática sobre las paredes (si está encerrado en un contenedor). El aire en movimiento aún ejerce una presión estática, y también una presión dinámica sobre la superficie de un determinado cuerpo.

4.2.1. Distribución de la Presión. La presión es diferente a lo largo de la cuerda. Ver Figura B. La presión a lo largo de la superficie es la diferencia de esta presión con respecto a la de la atmósfera circundante. En cualquier lugar en donde tengamos aire, este tendrá asociado a él una presión. Así, si logramos crear una presión menor o mayor que la del aire circundante (o ambiente) habremos creado una fuerza aerodinámica debido a la diferencia de presión (presión diferencial).

4.3. COEFICIENTES AERODINÁMICOS

Los coeficientes aerodinámicos son números a-dimensionales que se utilizan para el estudio aeronáutico o aerodinámico de las fuerzas y momentos que sufre un cuerpo cualquiera en movimiento en el seno del aire. Algunos de los coeficientes más conocidos son el coeficiente de sustentación C_L , el coeficiente de resistencia C_D o el coeficiente de penetración C_X .

La a-dimensionalización de las magnitudes se realiza con el fin de aprovechar las simplificaciones que el análisis dimensional aporta al estudio experimental y teórico de los fenómenos físicos. Para a-dimensionalizar fuerzas se emplea la cantidad $\frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref}$, y para a-dimensionalizar momentos $\frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} l_{ref}$, donde¹¹:

- ρ es la densidad del fluido en el que se mueve el cuerpo.
- V es la velocidad relativa de la corriente de aire incidente sin perturbar.

¹¹ Coeficientes Aerodinámicos [en línea]. Florida: Wikimedia Foundation, 2008 [Consultado 25 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: http://es.wikipedia.org/wiki/Coeficientes_aerodin%C3%A1micos

- S_{ref} es una superficie de referencia, la cual depende del cuerpo en particular. Por ejemplo, para un cuerpo como suele emplearse la superficie frontal del mismo.
- l_{ref} es una longitud de referencia, la cual también depende del cuerpo. Por ejemplo, para un ala se puede emplear la cuerda media aerodinámica c o la envergadura b .

Las fórmulas resultantes para los diferentes coeficientes a veces se abrevian utilizando la magnitud

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \text{EC. 8}$$

El cual recibe el nombre de presión dinámica.

La fuerza y momento resultantes de la interacción entre el cuerpo y el fluido son magnitudes vectoriales, por lo que resulta más sencillo estudiar sus componentes según los ejes de algún triedro de referencia adecuado. Los coeficientes aerodinámicos habitualmente se refieren a dichas componentes y adoptan definiciones y nombres particulares según sea la elección de dicho triedro. El más habitual es el denominado ejes viento.

4.3.1. Coeficientes de fuerzas. Si descomponemos la fuerza resultante en sustentación L , resistencia aerodinámica D y fuerza lateral Y (que es la fuerza según la dirección perpendicular al plano de simetría de la aeronave), los coeficientes de fuerzas correspondientes son:

$$\text{Coeficiente de sustentación } C_L = \frac{2L}{\rho V^2 S} \quad \text{EC. 9}$$

$$\text{Coeficiente de resistencia } C_D = \frac{2D}{\rho V^2 S} \quad \text{EC. 10}$$

$$\text{Coeficiente de fuerza lateral } C_Y = \frac{2Y}{\rho V^2 S} \quad \text{EC. 11}$$

En general, la componente de la fuerza según un eje x cualquiera del triedro de referencia, se suele denotar por X , y el coeficiente de fuerza correspondiente es

$$C_x = \frac{2X}{\rho V^2 S} \quad \text{EC. 12}$$

La fuerza N según una dirección n sería tratada análogamente para obtener su coeficiente C_N .

Para un avión se emplea como superficie de referencia la superficie alar en planta del mismo S .

4.3.2. Coeficientes de momentos. Si denominamos por L , M y N los momentos de balance, picado y guiñada que el aire ejerce sobre la aeronave, sus respectivos coeficientes de momentos son:

$$\text{Coeficiente de momento de balance } C_L = \frac{2L}{\rho V^2 S b} \quad \text{EC. 13}$$

$$\text{Coeficiente de momento de picado } C_M = \frac{2M}{\rho V^2 S b} \quad \text{EC. 14}$$

$$\text{Coeficiente de momento de guiñada } C_N = \frac{2N}{\rho V^2 S b} \quad \text{EC. 15}$$

En el caso de aviones, c es la cuerda media aerodinámica del ala, y b es la envergadura alar.

4.3.3. Coeficientes bidimensionales. En los estudios bidimensionales de perfiles aerodinámicos se suele trabajar con las acciones del aire (fuerzas y momentos) por unidad de longitud de envergadura, por lo que la adimensionalización correspondiente se transforma: si l , d y m son las correspondientes sustentación, resistencia y momento de picado por unidad de longitud que son ejercidos sobre un perfil aerodinámico, los respectivos coeficientes son

$$C_l = \frac{2l}{\rho V^2 c}, \quad \text{EC. 16}$$

$$C_d = \frac{2d}{\rho V^2 c}, \quad \text{EC. 17}$$

Y

$$C_m = \frac{2m}{\rho V^2 c^2}, \quad \text{EC. 18}$$

Donde c es la cuerda del perfil.

4.3.4. Obtención de los coeficientes aerodinámicos. La obtención se puede conseguir mediante dos vías fundamentales: la experimental y la teórica. Para la medición experimental se emplean túneles de viento y maquetas a escala, aprovechando las técnicas del análisis dimensional; o bien se mide

directamente en vuelo (lo cual no es posible durante la fase de diseño). La vía teórica se basa en resolver las ecuaciones de la mecánica de fluidos aplicadas al cuerpo de estudio, la gran mayoría de las veces de forma numérica y con la ayuda del ordenador.

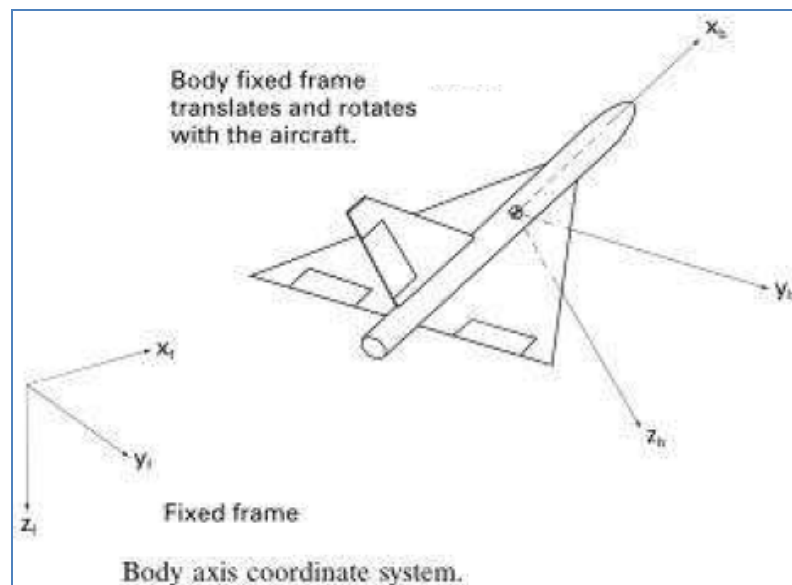
4.4. NOMENCLATURA AERODINAMICA

Para describir el movimiento de un avión es necesario definir un apropiado sistema de coordenadas para la formulación de las ecuaciones de movimiento. Para la mayoría de los problemas a tratar sobre el movimiento de aeronave, son usados dos sistemas coordenados. Un sistema coordenado está fijo a la tierra y puede ser considerado para el propósito de análisis de movimiento de una aeronave para hacer un sistema inercial de coordenadas. El otro sistema está fijo al avión y esta referenciado al cuerpo como un sistema de coordenadas¹².

La Figura 26 indica los dos sistemas coordinados diestros.

La fuerza que actúa en un avión en vuelo consiste de aerodinámica, empuje, fuerza gravitacional. Esta fuerza puede ser resuelta a lo largo de un sistema de ejes fijo al centro de gravedad del avión, ver figura 27.

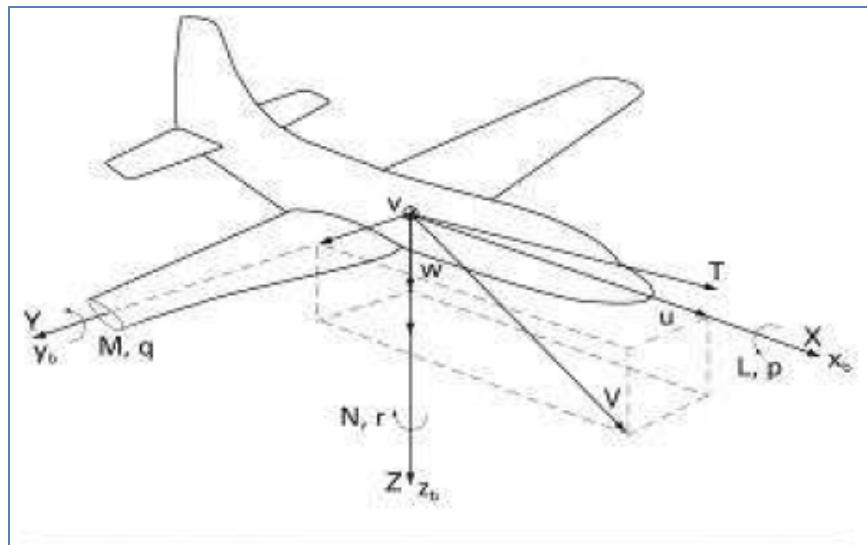
Figura 26. Sistema de ejes coordenadas del cuerpo del avión.



Fuente: NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. p 32.

¹² NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. p 32.

Figura 27. Definición de fuerzas, momentos, y componentes de velocidad descompuestos den el avión



Fuente: NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. p 33.

Tabla 1. descomposicion de las fuerzas, momentos y componentes de velocidad que actuan en el avión.

	Roll Axis x_b	Pitch Axis y_b	Yaw Axis z_b
Tasas Angulares	p	q	r
Componentes de velocidad	u	v	w
Componentes de fuerzas aerodinámicas	X	Y	Z
Componentes de momentos aerodinámicas	L	M	N
Momento de inercia alrededor de cada eje	I_x	I_y	I_z
Productos de inercia	I_{yz}	I_{xz}	I_{xy}

Fuente: NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. p 33.

La fuerza aerodinámica es definida en relación con los coeficientes de dimensión, la presión dinámica Q de vuelo, y un área S de referencia de la siguiente manera:

$$X = C_x QS \quad \text{Fuerza Axial} \quad \text{EC. 19}$$

$$Y = C_y QS \quad \text{Fuerza Lateral} \quad \text{EC. 20}$$

$$Z = C_z QS \quad \text{Fuerza Normal} \quad \text{EC. 21}$$

En una manera similar, los momentos en el avión pueden ser divididos en los momentos creados por la carga aerodinámica, la distribución de carga y la fuerza de empuje, estos no actúan a través del centro de gravedad. Los componentes del momento aerodinámico también son expresados en relación con los coeficientes de dimensión, presión dinámica de vuelo, área de referencia, y una característica longitudinal como sigue:

$$L = C_l Q S l \quad \text{Rolling Moment} \quad \text{EC. 22}$$

$$M = C_m Q S l \quad \text{Pitching Moment} \quad \text{EC. 23}$$

$$N = C_n Q S l \quad \text{Yawing Moment} \quad \text{EC. 24}$$

Para aviones, el área de referencia S es tomada como el área de plataforma alar y las características longitudinales son tomadas como la envergadura alar para el Rolling y Yawing moment y la cuerda media para el Pitching moment. Para cohetes y misiles, el área de referencia es tomada como el maximo cruce seccional de area, y las características longitudinales son tomadas como el maximo diametro.

Los coeficientes aerodinámicos, primariamente estan en funcion del número de mach, el número de reynolds, el ángulo del ataque, y el ángulo de sideslip; que son las funciones secundarias de la rata de cambio del angulo de ataque y de sideslip, y la velocidad angular del avión. La fuerza aerodinámica y el momento que actúan en el avión y su velocidad angular y translational son ilustrados en figure 28. Los ejes x y z están en el plano de simetría, con el eje de x señalando a lo largo del fuselaje y el eje positivo y apuntando a lo largo del ala derecha. La fuerza resultante y el momento, tanto como la velocidad del avión, pueden ser resuelto a lo largo de estos ejes¹³.

El ángulo del ataque y sideslip pueden ser definidos en relación de los componentes de velocidad como se ilustra en la figure 10. Las ecuaciones para alfa y beta son:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u} \quad \text{EC. 24}$$

Y

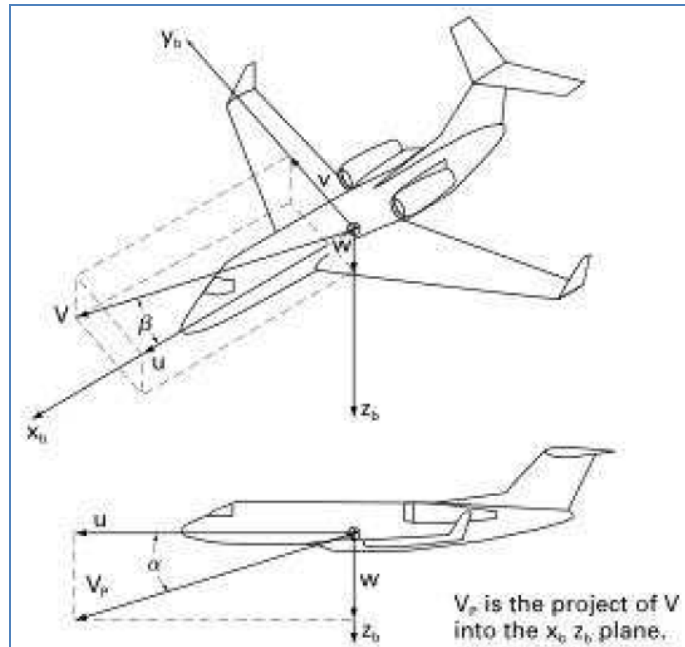
$$\beta = \sin^{-1} \frac{u}{v} \quad \text{EC. 25}$$

¹³ Ibíd., p 33

Donde:

$$V = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2} \quad \text{EC. 26}$$

Figura 28. Definición del ángulo de ataque y sideslip



Fuente: NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. p 33.

Si el ángulo de ataque y el ángulo sideslip son pequeños, (<15 grados) entonces las ecuaciones de alfa y beta son aproximadamente:

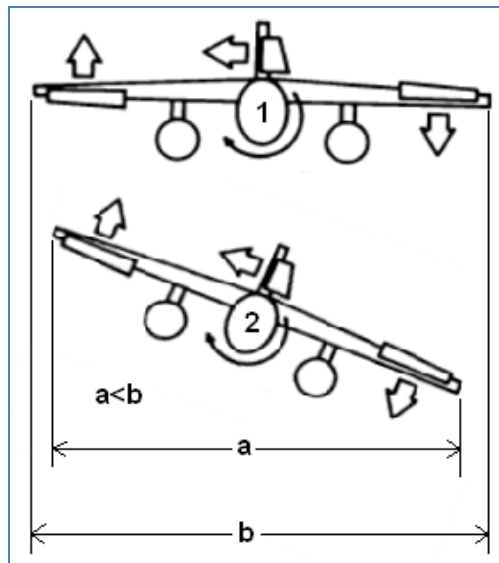
$$\alpha = \frac{w}{u} \quad \text{EC. 27}$$

$$\beta = \frac{v}{u} \quad \text{EC. 28}$$

Después de haber definido las 6 ecuaciones que describen el movimiento del avión, procedemos a aplicar una estrategia de control para la estabilidad lateral del avión.

Cuando se realiza un control lateral se debe puntualizar que lo que se realiza es un “sistema incrementador de estabilidad” sobre el eje lateral (eje X, “Roll”), ya que al generar un cambio en este eje, induce también un cambio en el eje direccional (eje Z, “Yaw”) la superficie que atraviesa el flujo relativo del viento disminuye, esto implica que se debe tener en cuenta que al avión se debe mantener estable tanto longitudinal como direccionalmente. Ver Figura 29.

Figura 29. Vista frontal del avión desde un vuelo estable nivelado(1), y rotacion en el eje Roll(2).



En la figura 29 se puede observar que la superficie que atraviesa el flujo relativo del viento disminuye al momento de inducir un cambio en el eje Roll ($a < b$), esto incita una pequeña pero considerable, perdida en la sustentacion del avión. Por lo tanto se debe garantizar en el sistema de control, las minimas condiciones de estabilidad para los ejes longitudinal y lateral, para evitar que el avión entre en perdida. (Un avión entra en perdida cuando la fuerza de sustentacion se hace cero).

5. LAS DERIVADAS DE ESTABILIDAD

Las acciones aerodinámicas en el aeroplano pueden ser representadas aproximadamente por medio de las derivadas de estabilidad (o más exactamente por funciones de transferencias aerodinámicas). De hecho, toda la aerodinámica implicada en la dinámica del aeroplano se concentra en la determinación de estas derivadas (o funciones de transferencia). Donde sea posible, las fórmulas para ellas se dan en términos de parámetros más elementales usados en estabilidad estática y rendimiento. Donde no es factible esto, se demuestra en una manera cualitativa cómo la fuerza o el momento particular que se relaciona con la cantidad relevante de la perturbación¹⁴.

5.1. EXPRESIONES PARA C_X y C_Z .

Por conveniencia, queremos las derivadas de C_X y C_Z expresadas en términos de Lift, Drag, y Thrust. Las fuerzas relevantes se demuestran en fig. 5.1. Como se muestra, la línea del Thrust no es necesariamente ubicado en el eje x. Sin embargo, el ángulo entre ellos es generalmente pequeño, y asumiremos que sea cero. Con esta asunción, y para pequeño α_X conseguimos:

$$\begin{aligned} C_X &= C_T + C_L \alpha_X - C_D \\ C_Z &= -(C_L + C_D \alpha_X) \end{aligned} \quad \text{EC. 29}$$

Donde C_T es el coeficiente de Thrust, $\frac{2T}{\rho V^2 S}$.

5.2. LAS DERIVADAS DE $\alpha(C_{X_\alpha}, C_{Z_\alpha}, C_{m_\alpha})$.

Las derivadas de α describen los cambios que ocurren en las fuerzas y los momentos en que el ángulo de ataque del aeroplano se aumenta. Son normalmente un aumento en el Lift, un aumento en Drag, y un "Pitching Moment" negativo.

¹⁴ BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 84.

5.2.1. La derivada $C_{X\alpha}$. Por definición,

$$C_{X\alpha} = (\partial C_X / \partial \alpha)_0 \quad \text{EC. 30}$$

Donde el cero subscrito indica que la derivada es evaluada cuando la cantidad de perturbación es cero.

$$\frac{\partial C_X}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_T}{\partial \alpha} + C_L + \alpha_X \frac{\partial C_T}{\partial \alpha} - \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \quad \text{EC. 31}$$

Nosotros podemos asumir que el coeficiente de Thrust es sensiblemente independiente de α_X así que,

$$\partial C_T / \partial \alpha = 0 \quad \text{EC. 32}$$

Y por lo tanto

$$C_{X\alpha} = \left(\frac{\partial C_X}{\partial \alpha} \right)_0 = C_{L_0} - \left(\frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right)_0 \quad \text{EC. 33}$$

Donde el cero subscrito de nuevo indica la referencia de la condición de vuelo, el cual, con ejes estables, $\alpha_X = 0$, donde el Drag está dado por un polar parabólica en la forma.

$$C_D = C_{D_{\min}} + C_L^2 / \pi A e, \quad \text{EC. 34}$$

$$\left(\frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right)_0 = \frac{2C_{L_0}}{\pi A e} C_{L\alpha} \quad \text{EC. 35}$$

5.2.2. La derivada $C_{Z\alpha}$. Por definición,

$$C_{Z\alpha} = (\partial C_Z / \partial \alpha)_0, \quad \text{EC. 36}$$

De la EC. 29 obtenemos;

$$\frac{\partial C_Z}{\partial \alpha} = - \left(C_{L\alpha} + C_D + \alpha_x \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right) \quad \text{EC. 37}$$

Por lo tanto,

$$C_{Z\alpha} = - (C_{L\alpha} + C_{D_0}) \quad \text{EC. 38}$$

$C_{D\alpha}$ será con frecuencia insignificante comparado con $C_{L\alpha}$, y consecuentemente $C_{z\alpha} = -C_{L\alpha}$

5.2.3. La derivada $C_{m\alpha}$. El $C_{m\alpha}$ es la derivada de la estabilidad estática,

$$C_{m\alpha} = a(h - h_n) \quad \text{EC. 39}$$

5.3. LAS DERIVADAS DE $U(C_{x_U}, C_{z_U}, C_{m_U})$

Las derivadas de U dan el efecto sobre las fuerzas y los momentos de un aumento en la velocidad delantera, mientras que el ángulo de ataque, el ángulo de ataque, y la posición del acelerador permanecen fijos. Si los coeficientes de Lift y Drag no cambiaran, después éste implicaría un aumento en estas fuerzas de acuerdo con la ley velocidad al cuadrado.

$$\frac{\text{Fuerza o Momento}}{\text{Fuerza Inicial o Momento}} = \frac{(u_0 + \Delta u)^2}{u_0^2} = 1 + 2\Delta\hat{u} \quad \text{EC. 30}$$

Desde que el Pitching Moment es inicialmente cero, entonces, para altos valores de C_m no cambia con u , y permanecerá cero. La situación es actualmente más complicada que esto, para los coeficientes no dimensionales están en funciones generales del número de Mach y del número de Reynolds, ambos aumentan con el aumento del u . La variación con el número de Reynolds es generalmente ignorado, pero el efecto del número de Mach debe ser incluido. El efecto del empuje aparece en dos maneras diferentes. Uno proviene simplemente de la derivada del empuje con la velocidad, que depende del tipo de propulsión del sistema-jet, hélice, y así sucesivamente. El otro, relacionado principalmente con las configuraciones de la hélice, deriva de la interacción propulsión/armadura del avión, por ejemplo, la estela de la hélice que afecta al ala. Este es un importante efecto, y para algunos aeroplanos STOL, puede ser dominante a bajas velocidades.

Finalmente, la carga incrementada en la armadura de avión debido al aumento de la velocidad puede inducir una significativa distorsión estructural. Esto es un efecto estático aeroelástico. Por ejemplo, el coeficiente de Lift de la cola puede ser influenciado apreciablemente por la carga. Una variable apropiada a utilizar por el efecto aeroelástico es la presión dinámica $p_d = 1/2\rho V^2$.

Para incluir formalmente cada uno de estos tres efectos principales, compresibilidad, aeroelasticidad y propulsión, aunque estarían raramente

presentes al mismo tiempo, cada uno de los coeficientes C_x, C_z, C_m es asumido para ser una función de M, p_d , y C_T así como ángulo de ataque.

Entonces tenemos:

$$C_{xu} = \left(\frac{\partial C_x}{\partial \hat{u}} \right)_0 = \left(\frac{\partial C_x}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \hat{u}} \right)_0 + \left(\frac{\partial C_x}{\partial p_d} \frac{\partial p_d}{\partial \hat{u}} \right)_0 + \left(\frac{\partial C_x}{\partial C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \hat{u}} \right)_0 \quad \text{EC. 30}$$

Y similarmente para C_{zu} y C_{mu} .

5.3.1. Calculo de $\partial M / \partial \hat{u}$. El número de Mach es $M = V/a$, donde a es la velocidad del sonido,

$$\frac{\partial M}{\partial \hat{u}} = u_0 \frac{\partial M}{\partial u} = \frac{u_0}{a} \frac{\partial V}{\partial u} = M_0 \frac{\partial V}{\partial u} \quad \text{EC. 31}$$

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

Por tanto

$$\left(\frac{\partial V}{\partial u} \right)_0 = 1 \quad \text{EC. 32}$$

Y

$$\frac{\partial M}{\partial \hat{u}} = M_0 \quad \text{EC. 33}$$

5.3.2. Calculo de $\partial p_d / \partial \hat{u}$.

$$p_d = 1/2 \rho V^2 = 1/2 \rho (u^2 + v^2 + w^2) \quad \text{EC. 35}$$

Por tanto

$$\frac{\partial p_d}{\partial u} = \rho u \quad \text{EC. 36}$$

Y

$$\left(\frac{\partial p_d}{\partial \hat{u}} \right)_0 = \left(u_0 \frac{\partial p_d}{\partial u} \right)_0 = \rho u_0^2 \quad \text{EC. 37}$$

La derivada de Thrust es definido de la siguiente manera:

$$C_{T_u} = \frac{\partial C_T}{\partial \hat{u}} \quad \text{EC. 38}$$

Seguido de C_{x_u} esta dado por:

$$C_{x_u} = M_0 \left(\frac{\partial C_x}{\partial M} \right)_0 + \rho u_0^2 \left(\frac{\partial C_x}{\partial p_d} \right)_0 + C_{T_u} \left(\frac{\partial C_x}{\partial C_T} \right)_0 \quad \text{EC. 39}$$

5.3.3. La Derivada De C_{T_u} . Desde $C_T = 2T / \rho V^2 S$

Entonces

$$\frac{\partial C_T}{\partial u} = \frac{2 \partial T / \partial u}{\rho V^2 S} - \frac{4T}{\rho V^3 S} \frac{\partial V}{\partial u} \quad \text{EC. 40}$$

En la condición de vuelo de referencia $V = u_0$ y $\partial V / \partial u = 1$, tan

$$C_{T_u} = \left(\frac{\partial C_T}{\partial \hat{u}} \right)_0 = u_0 \left(\frac{\partial C_T}{\partial u} \right)_0 = \frac{2(\partial T / \partial u)_0}{\rho u_0 S} - 2C_{T_0} \quad \text{EC. 41}$$

Para un vuelo sin motor, $T=0$ y

$$C_{T_u} = 0 \quad \text{EC. 42}$$

Para una propulsión de empuje constante, el cual es una aproximación para los aviones jet en vuelo crucero, $\partial T / \partial u = 0$, y

$$C_{T_u} = -2C_{T_0} \quad \text{EC. 43}$$

Para un motor de propulsión constante, el cual es una aproximación para hélices de velocidad constante en vuelo crucero, TV es constante, de modo que

$$(\partial T / \partial u)_0 = -T_0 / u_0$$

Y

$$C_{T_u} = -3C_{T_0} \quad \text{EC. 44}$$

Los valores del C_{T_0} en las expresiones precedidas pueden ser relacionadas con la referencia de los coeficientes de Lift y Drag. Notar que T, V, x se asumen para ser colineales, tal que,

$$C_{T_0} = C_{D_0} + C_{W_0} \sin \theta_0 \quad \text{EC. 45}$$

5.3.4. La derivada de C_{x_u} . De la EC. 29 obtenemos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C_x}{\partial M} \right)_0 &= \left(\frac{\partial C_T}{\partial M} \right)_0 - \left(\frac{\partial C_D}{\partial M} \right)_0 \\ \left(\frac{\partial C_x}{\partial p_d} \right)_0 &= \left(\frac{\partial C_T}{\partial p_d} \right)_0 - \left(\frac{\partial C_D}{\partial p_d} \right)_0 \\ \left(\frac{\partial C_x}{\partial C_T} \right)_0 &= 1 - \left(\frac{\partial C_D}{\partial C_T} \right)_0 \end{aligned} \quad \text{EC. 46}$$

Puesto que el efecto aeroelástico directo sobre el empuje es probable que sea insignificante, descartamos el $\partial C_T / \partial p_d$, y entonces la EC. 39 da

$$C_{x_u} = M_0 \left(\frac{\partial C_T}{\partial M} - \frac{\partial C_D}{\partial M} \right)_0 - \rho u_0^2 \left(\frac{\partial C_D}{\partial p_d} \right)_0 + C_{T_u} \left(1 - \frac{\partial C_D}{\partial C_T} \right)_0 \quad \text{EC. 47}$$

Cuando se prueba un modelo en el túnel-viento, es práctica común medir el coeficiente neto C_x de la fuerza axial y no sus piezas C_T y C_D . En ese caso, los datos de prueba pueden proporcionar directamente la derivada de C_{x_u} .

5.3.5. La derivada de C_{z_u} . De la EC. 29 obtenemos que;

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C_x}{\partial M} \right)_0 &= - \left(\frac{\partial C_L}{\partial M} \right)_0 \\ \left(\frac{\partial C_z}{\partial p_d} \right)_0 &= - \left(\frac{\partial C_L}{\partial p_d} \right)_0 \\ \left(\frac{\partial C_z}{\partial C_T} \right)_0 &= - \left(\frac{\partial C_L}{\partial C_T} \right)_0 \end{aligned} \quad \text{EC. 48}$$

De modo que

$$C_{z_u} = -M_0 \left(\frac{\partial C_L}{\partial M} \right)_0 - \rho u_0^2 \left(\frac{\partial C_L}{\partial p_d} \right)_0 - C_{T_u} \left(\frac{\partial C_L}{\partial C_T} \right)_0 \quad \text{EC. 49}$$

La derivada $M_0(\partial C_L / \partial M_0)$ tiende a ser pequeño excepto a velocidades transónicas. Los valores teóricos se calculan fácilmente para alas swept con altos AR (Relación de Aspecto). A velocidades subsónicas, la regla de Prandtl-Glauert combinada con la teoría de *sweep simple*, da el coeficiente de Lift para el flujo de dos dimensiones como

$$C_L = \frac{a_i \alpha}{\sqrt{1 - M^2 \cos^2 \Lambda}} \therefore M \cos \Lambda < 1 \quad \text{EC. 50}$$

Donde a_i es la pendiente de la curva de Lift en un flujo incompresible y Λ es el ángulo de la flecha del $\frac{1}{4}$ de línea de la cuerda. Sobre la diferenciación con respecto a M, conseguimos:

$$M \frac{\partial C_L}{\partial M} = \frac{M^2 \cos^2 \Lambda}{1 - M^2 \cos^2 \Lambda} C_L \quad \text{EC. 51}$$

Y por lo tanto

$$M_0 \left(\frac{\partial C_L}{\partial M} \right)_0 = \frac{M_0^2 \cos^2 \Lambda}{1 - M_0^2 \cos^2 \Lambda} C_{L_0} \quad \text{EC. 52}$$

En vuelo nivelado con el Lift igual al Weight, $M_0^2 C_{L_0}$ es constante, y por lo tanto $M_0(\partial C_L / \partial M)_0$ es proporcional a $1/(1 - M_0^2 \cos^2 \Lambda)$. A velocidades supersónicas, las dos dimensiones de Lift están dadas por Kuethe y Chow (1976)

$$C_L = \frac{4\alpha \cos \Lambda}{\sqrt{M^2 \cos^2 \Lambda - 1}} \quad \text{EC. 53}$$

Después de la diferenciación con respecto a M, conseguimos exactamente el mismo resultado que para las velocidades subsónicas. Que es la EC. 52 se aplicada sobre la gama entera del Numero-Mach, excepto por supuesto cerca $M = 1$ donde las teorías citadas de perfiles aerodinámicos no se aplican. Las alas con bajo Aspect-Ratio son menos sensibles a los cambios en M.

5.3.6. La derivada de C_{m_u} . De la EC. 39 y EC. 41, C_{m_u} se da como

$$C_{m_u} = M \left(\frac{\partial C_m}{\partial M} \right)_0 + \rho u_0^2 \left(\frac{\partial C_m}{\partial p_d} \right)_0 + C_{T_u} \left(\frac{\partial C_m}{\partial C_T} \right)_0 \quad \text{EC. 54}$$

Valores de $\partial C_m / \partial M$ pueden ser encontrados en pruebas de túnel de viento en un modelo rígido. Son más grandes a velocidades transónicas y son fuertemente dependientes de la forma del ala. El principal factor que contribuye a esta derivada es el cambio posterior del centro del ala de la presión que ocurre en el rango transónico. Las alas simétricas de dos dimensiones, por ejemplo, el centro de la presión se mueven desde aproximadamente 0.25c a aproximadamente 0.50c mientras que el número de Mach aumenta de subsónico a valores supersónicos. Así un aumento en M en este rango produce un incremento del Diving-Moment; es decir, C_{m_u} es negativo. Para alas de muy bajo Aspect-Ratio, el centro de movimiento de la presión es mucho menor, y los valores del C_{m_u} son correspondientemente más pequeños.

Para encontrar $\partial C_n / \partial p_d$ requiere un análisis aeroelástico o pruebas en un modelo flexible. Como ejemplo de este fenómeno, déjenos considerar un aeroplano con una Cola y un fuselaje flexible. Conociendo que el coeficiente de Lift de la cola está dado por

$$C_{L_t} = \frac{a_t}{1 + k a_t p_d S_t} (\alpha_{wb} - \epsilon - i_t) \quad \text{EC. 55}$$

El Pitching Moment contribuido por la cola es

$$C_{m_t} = -V_H C_{L_t} \quad \text{EC. 56}$$

Por lo tanto

$$\left(\frac{\partial C_m}{\partial p_d} \right)_{tail} = -V_H \frac{C_{L_t}}{\partial p_d} \quad \text{EC. 57}$$

Cuando la EC. 55 se distingue con respecto al P_d y se simplifica, y a la expresión resultante se sustituye en (5.3, 16), obtenemos el resultado

$$\left(\frac{\partial C_m}{\partial p_d} \right)_{tail} = -C_{m_t} \frac{k a_t S_t}{1 + k a_t p_d S_t} \quad \text{EC. 58}$$

La contribución correspondiente a C_{m_u}

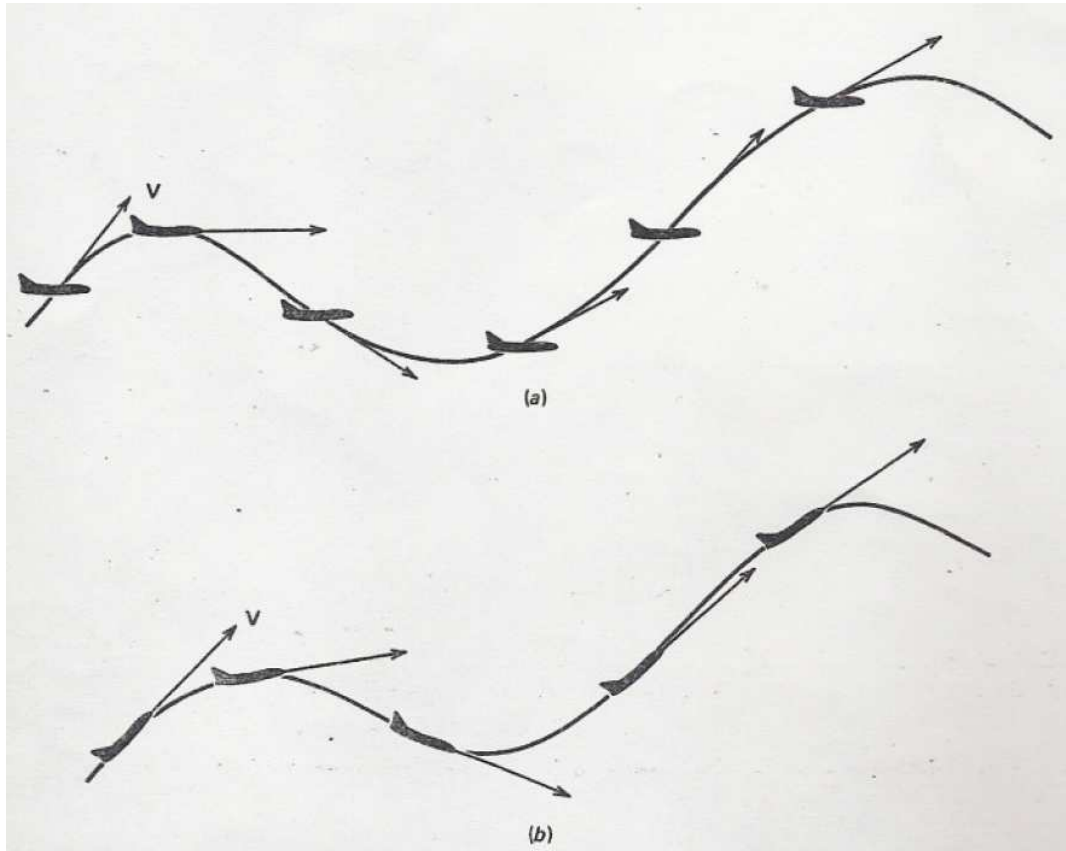
$$(C_{m_u})_{tail} = -C_{m_t} \frac{2k p_{d_0} a_t S_t}{1 + k a_t p_{d_0} S_t} \quad \text{EC. 59}$$

Todos los factores en esta expresión son positivos, a excepción de C_{m_u} el cuál puede ser de cualquier muestra. La contribución de la cola a C_{m_u} puede por lo tanto ser positivo o negativo. El Pitching Moment de la cola es generalmente positivo a altas velocidades y la negativa a baja velocidades. Por lo tanto su contribución a C_{m_u} es usualmente negativo a altas velocidades y positivo a bajas velocidades. Puesto que la presión dinámica ocurre como factor que se multiplica dentro de (5.3, 18), entonces el efecto aeroelástico sobre el C_{m_u} sube con velocidad y baja con altitud.

5.4. LAS DERIVADAS DE $q(C_{z_q}, C_{m_q})$

Estas derivadas representan los efectos aerodinámicos que acompañan la rotación del aeroplano sobre un eje a lo largo del ala con el CG mientras α_x permanece cero. La figura 30b demuestra el caso general en el cual la trayectoria de vuelo es arbitraria. Esto debe ser contrastado con la situación ilustrada en la fig. 30a, donde $q = 0$ mientras que α_x está cambiando.

Figura 30. (a) Movimiento con cero q , pero variando α_x . (b) Movimiento con cero α_x pero variando q .



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 135.

El ala y la cola son afectadas por la rotación, aunque, cuando el aeroplano tiene una cola, la contribución del ala a C_{z_q} y C_{m_q} es a menudo insignificante en comparación con la de la cola. En tales casos es práctica común aumentar el efecto de la cola en una cantidad arbitraria, del orden del 10%, tener en cuenta el ala y el cuerpo.

5.4.1. Contribución de la Cola. Según lo ilustrado en fig. 30, el efecto principal de q sobre la cola es aumentar su ángulo de ataque en (ql_t/u_0) radianes, donde u_0 es la velocidad de vuelo. Es este cambio en α_x , que explica las fuerzas cambiadas en la cola. La asunción está implícita en las siguientes derivaciones que las fuerzas instantáneas en la cola corresponden a un ángulo de ataque instantáneo; es decir, no se toma ninguna cuenta del hecho de que tarda un tiempo finito para que el Lift de la cola aumente hasta su valor de estado estacionario que sigue un cambio repentino en q . (Un método de incluir

este refinamiento ha sido dado por Tobak, 1954.) Las derivadas se obtienen por lo tanto *quasiestáticas*.

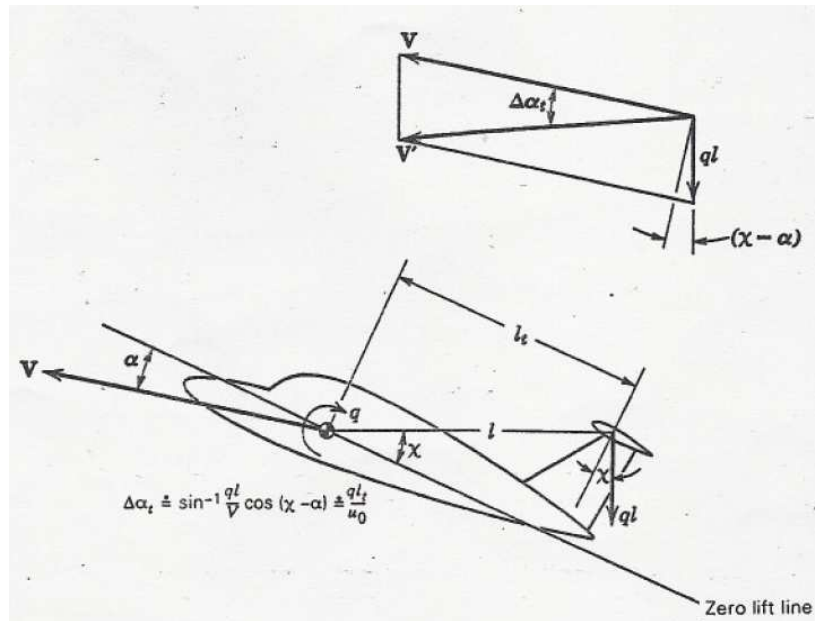
- C_{z_q} de la cola. Por definición $C_{z_q} = (\partial C_z / \partial \hat{q})_0 = (2u_0 / \bar{c})(\partial C_z / \partial q)_0$, y de la EC. 29, $(\partial C_z / \partial q)_0 = -(\partial C_L / \partial q)_0$. El cambio en el coeficiente de Lift de la cola causado por la rotación q es

$$\Delta C_{L_t} = a_t \Delta \alpha_t = a_t \frac{q l_t}{u_0} \quad \text{EC. 60}$$

Y el cambio correspondiente en el coeficiente de Lift del aeroplano es

$$\Delta C_L = \frac{S_t}{S} \Delta C_{L_t} = \frac{S_t}{S} a_t \frac{q l_t}{u_0} \quad \text{EC. 61}$$

Figura 31. Efecto de la velocidad de Pitch en el ángulo de ataque de la cola



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 136.

Por lo tanto

$$\frac{\partial C_L}{\partial q} = a_t \frac{S_t}{S} \frac{l_t}{u_0} \quad \text{EC. 62}$$

Y

$$(C_{z_q})_{tail} = -\frac{2u_0}{\bar{c}} a_t \frac{S_t l_t}{S u_0} = -2a_t V_H \quad \text{EC. 63}$$

- C_{m_q} de la cola. El incremento en Pitching Moment que corresponde a ΔC_{L_t}

$$\Delta C_m = -V_H \Delta C_{L_t} = -a_t V_H \frac{q l_t}{u_0} \quad \text{EC. 64}$$

Por lo tanto,

$$\frac{\partial \Delta C_m}{\partial q} = -a_t V_H \frac{l_t}{u_0} \quad \text{EC. 65}$$

y

$$(C_{m_q})_{tail} = \frac{2u_0}{\bar{c}} \left(\frac{\partial \Delta C_m}{\partial q} \right)_0 = -2a_t V_H \frac{l_t}{\bar{c}} \quad \text{EC. 66}$$

5.5. LAS DERIVADAS DE $\beta(C_{y_\beta}, C_{l_\beta}, C_{n_\beta})$

Estas derivadas son obtenibles a partir de pruebas en el túnel de viento en modelos desviados (Campbell y McKinney, 1952). Generalmente hablando, los métodos de estimación no dan resultados totalmente confiables, y la prueba se hace necesaria.

5.5.1. Las derivadas de C_{y_β} . Ésta es la derivada de la fuerza lateral, dando la fuerza que actúa en la dirección (derecha) cuando el aeroplano tiene un beta o v positivo (es decir, un deslizamiento lateral a la derecha). C_{y_β} es usualmente negativa, y frecuentemente pequeño para ser descuidado enteramente. Las contribuciones principales son las del cuerpo y la cola vertical, aunque el ala, y la interferencia del cuerpo del ala, puedan modificarla perceptiblemente. De éstos, solamente el efecto de la cola se estima fácilmente. Puede ser expresado en términos de la pendiente de la curva de Lift de la cola vertical y factor del Sidewash. (En esto y las secciones siguientes la relación de la velocidad final V_F/V se asume como una unidad.)

$$(C_y)_{tail} = -a_F (\beta - \sigma) \frac{S_F}{S} \quad \text{EC. 67}$$

O

$$(C_{y_\beta})_{tail} = -a_F \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \frac{S_F}{S} \quad \text{EC. 68}$$

El componente más molesto de esta ecuación es el de derivada del Sidewash $\partial \sigma / \partial \beta$, que es difícil de estimar debido a su dependencia de la geometría del ala y del fuselaje.

5.6. LAS DERIVADAS DE $p(C_{y_p}, C_{l_p}, C_{n_p})$

Cuando un aeroplano rueda con la velocidad angular p sobre su eje de x (la dirección de vuelo), su movimiento es instantáneamente como el de un tornillo. Este movimiento afecta a la circulación de aire (ángulo de ataque local) en todas las estaciones de las superficies del ala y de la cola. Esto se ilustra en fig. 5.12 para dos puntos: un wing tip y un fin tip. Debe observarse que la tasa no dimensional de Roll, $\hat{p} = pb / 2u_0$ es, para pequeños p , el ángulo (en radianes) de la hélice trazada por el wing tip. Estos cambios del ángulo de ataque causan alteraciones en la distribución de carga aerodinámica sobre las superficies, y de tal modo introduce perturbaciones en las fuerzas y momentos. El cambio en la distribución de carga del ala también causa modificación a Trailing Vortex Sheet. La distribución de la vorticidad en ella no es más simétrica sobre el eje de x , y un SideWash (positivo, es decir, a la derecha) se induce en una cola vertical colocada convencionalmente. Este más lejos modifica la distribución del ángulo de ataque en la superficie de la cola vertical. Este SideWash debido al Rolling (balanceo) es caracterizado por la derivada $\partial \sigma / \partial \hat{p}$. Esta ha sido estudiada teórica y experimentalmente por Michael (1952), que ha demostrado su importancia en relación a la valoración correcta de las contribuciones de la cola a las derivadas del Rolling. Finalmente, el movimiento helicoidal del ala produce un trailing vortex sheet que no es plano, solamente helicoidal. Para los pequeños índices de Roll admisible en una teoría lineal, este efecto se puede descuidar con respecto al ala y a la fuerzas de la cola.

5.6.1. La derivada de C_{y_p} . La fuerza lateral debido al Rolling (balanceo) es a menudo insignificante. Cuando no lo es, las contribuciones que necesitan ser consideradas son las del ala y de la cola vertical. El efecto de la cola vertical se puede estimar teniendo en cuenta el cambio del ángulo de ataque (véase fig. 32) como sigue. Dejando el cambio medio en α_F debido a la velocidad del Rolling

$$\Delta\alpha_F = -\frac{pz_F}{u_0} + p \frac{\partial\sigma}{\partial p} \quad \text{EC. 69}$$

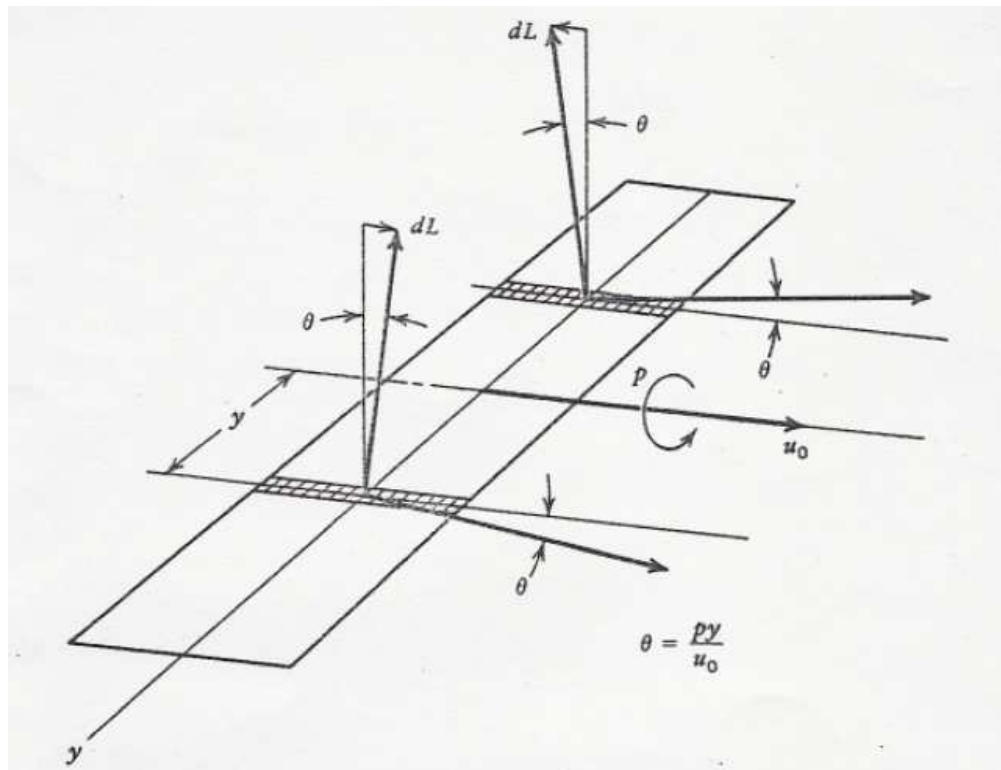
donde z_F es una altura media apropiada de la aleta. Introduciendo la tasa no dimensional de Roll, podemos reescribirla como

$$\Delta\alpha_F = -\hat{p} \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial\sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 70}$$

El coeficiente incremental de la fuerza lateral en la aleta es obtenido de $\Delta\alpha_F$

$$\Delta C_{yF} = a_F \Delta\alpha_F = -a_F \hat{p} \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial\sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 71}$$

Figura 32. inclinación del vector C_L a través del Rolling.



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 152.

Donde α_F es la pendiente de la curva de Lift de la cola vertical. La fuerza lateral incremental en el aeroplano entonces está dada por

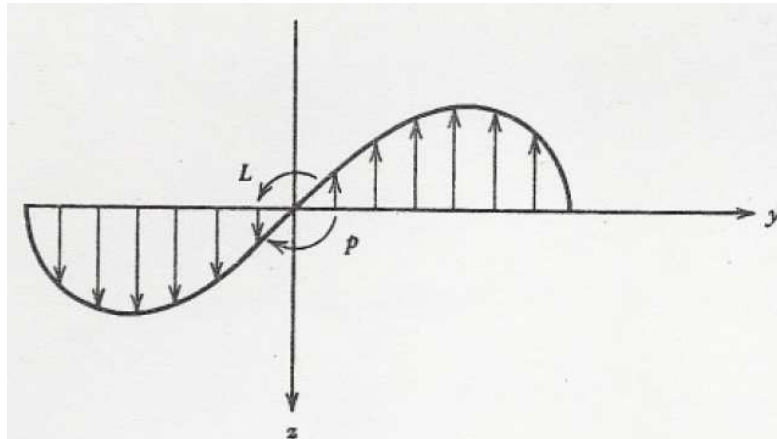
$$\Delta C_y = \frac{S_F}{S} \Delta C_{yF} = -a_F \hat{p} \frac{S_F}{S} \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial\sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 72}$$

Esto es

$$(C_{y_p})_{tail} = -a_F \frac{S_F}{S} \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 73}$$

5.6.2. La derivada de C_{l_p} . C_{l_p} se conoce como la derivada del *damping-in-Roll*. Expresa la resistencia del aeroplano al Rolling. Excepto en circunstancias inusuales, solamente el ala contribuye perceptiblemente a esta derivada. Como puede ser visto de fig. 32, el ángulo de ataque debido a p varía linealmente a través del Span, del valor pb/u_0 en la extremidad derecha del ala a $-pb/u_0$ en la extremidad izquierda. Esta distribución anti simétrica de α produce un incremento anti simétrico en la distribución de Lift como se muestra en la fig. 33. En el rango lineal esto se sobrepone en la distribución de Lift simétrica asociada con el ángulo de ataque del ala en vuelo sin perturbaciones. El Rolling Moment L grande producido por esta distribución de Lift es proporcional al ángulo de ataque \hat{p} (véase fig. 32), y C_{l_p} es un constante negativo, siempre y cuando el ángulo de ataque local permanezca debajo del ángulo stalling local. Si el ángulo de ataque del ala en la línea de centro, $\alpha_w(0)$, es grande, entonces el valor incremental debido a p puede tomar algunas secciones del ala más allá del ángulo Stalling, como

Figura 33. Distribución de Lift a lo largo del ala debido al Rolling.



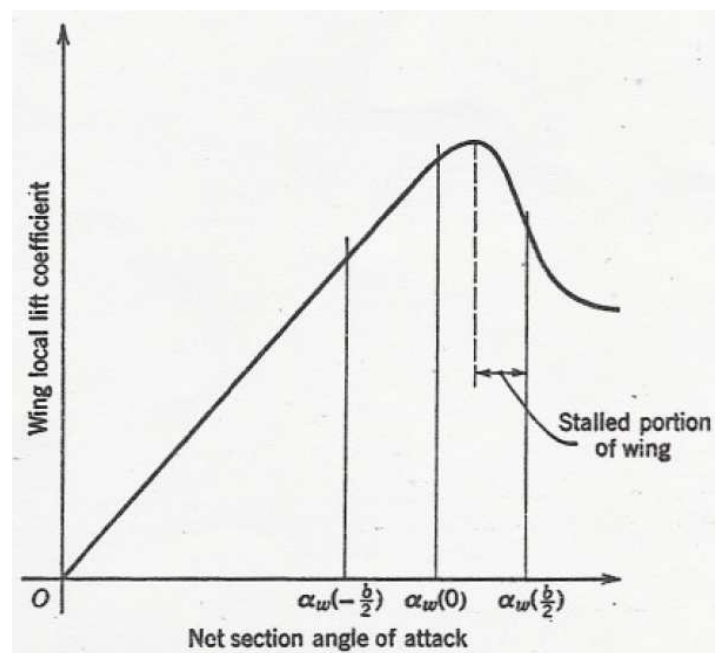
Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 151.

Se muestra en fig. 33. [Actualmente, para alas con span finito, hay una distribución inducida adicional del ángulo de ataque al $\alpha_i(y)$ debido a la estela del vórtice que modifica el valor seccional neto aún más. Descuidamos esta corrección aquí en el interés de hacer la cuestión principal.] Cuando esto pasa

$\|C_{l_p} \hat{p}\|$ es reducido en magnitud del valor linear y si $\alpha_w(0)$ es bastante grande, incluso cambiará la muestra. Cuando esto sucede, el ala auto rotará, la característica principal del vuelo de giro.

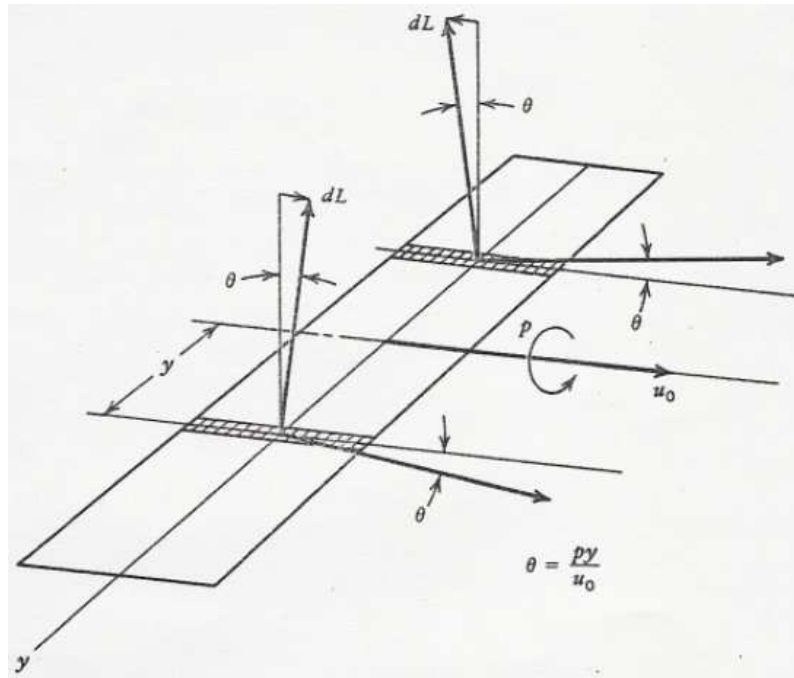
5.6.3. La derivada de C_{n_p} . El Yawing Moment producido por el movimiento de Rolling (balanceo) es uno de los llamados *cross derivatives*. Es la existencia de estas derivadas cruzadas lo que causa que los movimientos de Rolling y Yawing se acoplan atentamente. El ala y la cola contribuye a C_{n_p} . La contribución del ala está en dos porciones. El primero viene del cambio en el perfil de Drag asociado al cambio en el ángulo de ataque del ala. El ala α se incrementa en el lado derecho y se disminuye en el lado izquierdo. Estos cambios serán acompañados normalmente por un aumento en el Drag del perfil en el lado derecho, y una disminución en

Figura 34. Reducción de C_{l_p} debido al wing stall



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 151

Figura 35. Inclínación del vector C_L debido al Rolling.



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 152.

El lado izquierdo, combinando para producir un Yawing Moment *positivo* (nariz-derecho). El segundo efecto del ala se asocia a la inclinación longitudinal del vector de Lift causado por el Rolling en vuelo subsónico y en vuelo supersónico cuando el borde de ataque es subsónico. La situación física se ilustra en fig. 35. Las direcciones del movimiento de dos elementos típicos del ala son mostrados inclinados por los ángulos $\pm \theta = py/u_0$ de la dirección del vector u_0 . Puesto que el Lift local es perpendicular al viento relativo local, entonces el vector de Lift en la mitad derecha del ala está inclinada en la delantera, y en la mitad izquierda al revés. El resultado es un par de Yawing *negativo*, proporcional al producto $C_L \hat{p}$. Si los bordes de ataque del ala son supersónicos, entonces la succión del borde de ataque no está presente, y la fuerza local sigue siendo normal a la superficie. El ángulo de ataque incrementado en el lado derecho causa un aumento en esta fuerza normal, mientras que lo contrario sucede en el lado izquierdo. El resultado es un par de Yawing positivo proporcional a \hat{p} .

La contribución de la cola a C_{n_p} se encuentra fácilmente de la fuerza lateral de la cola dada previamente en la EC. 72 El C_n incremental se da por

$$(\Delta C_n)_{tail} = -\Delta C_{yF} \frac{S_F l_F}{S b} \quad \text{EC. 74}$$

Por lo tanto

$$(\Delta C_n)_{tail} = a_F \hat{p} \frac{S_F}{S} \frac{l_F}{b} \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 75}$$

Y

$$(\Delta C_{n_p})_{tail} = a_F V_V \left(2 \frac{z_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{p}} \right) \quad \text{EC. 76}$$

Donde V_V es la tasa de volumen de la cola vertical.

5.7. LAS DERIVADAS DE $r(C_{y_r}, C_{l_r}, C_{n_r})$

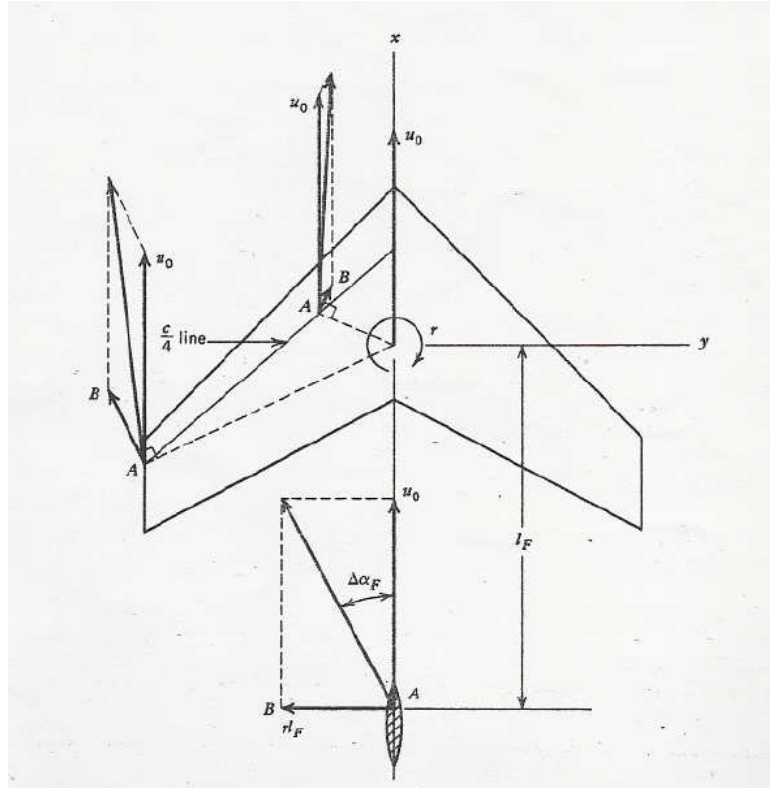
Cuando un aeroplano tiene una tasa de Yaw r sobrepuesto en el movimiento delantero u_0 , su velocidad de campo se altera perceptiblemente. Esto se ilustra para el ala y la cola vertical en fig. 35. La situación en el ala es claramente muy complicada cuando tiene mucha flecha. La característica principal sin embargo, es que la velocidad de la $\frac{1}{4}$ de línea de la cuerda a sí mismo es aumentada en la desviación en el lado izquierdo, y disminuida en el derecho. Las fuerzas aerodinámicas en cada sección (Líft, Drag, Moment) por lo tanto se aumentan en el lado izquierdo, y se disminuyen en el lado derecho. El ángulo de ataque incremental de la cola entonces es

$$\Delta \alpha_F = \frac{r l_F}{u_0} + r \frac{\partial \sigma}{\partial r} \quad \text{EC. 77}$$

O

$$\Delta \alpha_F = \hat{r} \left(2 \frac{l_F}{b} + r \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}} \right) \quad \text{EC. 78}$$

Figura 36. Campo de velocidad debido al Yawing. \vec{AB} = Vector de velocidad debido al cambio de Yaw r .



Fuente: BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. p 153.

5.7.1. La derivada de C_{y_r} . La única contribución a C_{y_r} que es normalmente importante es la de la cola. Del cambio del ángulo de ataque, encontramos a C_y incremental para ser

$$(\Delta C_y)_{tail} = a_F \hat{r} \frac{S_F}{S} \left(2 \frac{l_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}} \right) \quad \text{EC. 79}$$

Esto es

$$(\Delta C_{y_r})_{tail} = a_F \frac{S_F}{S} \left(2 \frac{l_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}} \right) \quad \text{EC. 80}$$

5.7.2. La derivada de C_{l_r} . Éste es otra derivada cruzada importante; el Rolling Moment debido al Yawing. El aumento en Lift en el ala izquierda, y la

disminución en el ala derecha combinados producen un Rolling Moment positivo proporcional al coeficiente de Lift original C_L . Por lo tanto esta derivada es más grande a bajas velocidad. El Aspect Ratio, Taper Ratio, y la flecha son parámetros importantísimos. Cuando la cola vertical es grande, su contribución puede ser significativa. Una fórmula para esta puede ser derivada de la misma forma que para las contribuciones anteriores de la cola, con el resultado.

$$(C_{l_r})_{tail} = a_F \frac{S_F}{S} \frac{z_F}{b} \left(2 \frac{l_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}} \right) \quad \text{EC. 81}$$

5.7.3. La derivada de C_{n_r} . El C_{n_r} es la derivada de *damping-in-Yaw*, y es siempre negativa. El cuerpo agrega una cantidad insignificante al C_{n_r} a menos que sea es muy grande. Las contribuciones importantes son las del ala y de la cola. Los aumentos en el perfil, el Drag inducido en el ala izquierda y las disminuciones en el ala derecha, dan un Yawing Moment negativo y por lo tanto una resistencia al movimiento. La magnitud del efecto depende del Aspect Ratio, Taper Ratio y de la flecha. Para una flecha extremadamente grande, del orden de 60°, el Yawing Moment asociado con el Drag inducido puede ser positivo; es decir, produce una reducción en el damping. La fuerza lateral en la cola también proporciona un Yawing Moment negativo. El cálculo es similar a éste para las contribuciones precedentes de la cola, con el resultado

$$(C_{l_r})_{tail} = -a_F V_V \left(2 \frac{l_F}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}} \right) \quad \text{EC. 89}$$

6. DINAMICA LATERAL DEL AVIÓN

6.1. INTRODUCCION A LA DINAMICA LATERAL DEL AVIÓN

Para la realización de este trabajo, es necesario obtener un modelo matemático del avión y realizar pruebas de control en un simulador. Esto permitirá estudiar diferentes mecanismos de control para que las pruebas reales sean más seguras. Dado que el objetivo final de este trabajo es crear un sistema incrementador de estabilidad se hace necesario estudiar la estabilidad del avión. No necesariamente se obtendrán valores de mucha exactitud en los datos obtenidos de la simulación. En realidad, se requiere conocer las características cualitativas de la respuesta del avión ante un cambio en el eje lateral.

Desde los inicios de la aviación, los ingenieros siempre han trabajado con modelos locales, que predicen el comportamiento de los aviones en condiciones específicas, para valores determinados de sus variables, y perturbaciones pequeñas con respecto al equilibrio. Estos modelos son lineales y permiten estudiar el comportamiento del avión en un rango pequeño de condiciones. Debido a la inexistencia de computadores en los inicios de la aviación, las ecuaciones diferenciales debían ser resueltas a mano; es así como estos modelos permitían simplificar los cálculos con suficiente exactitud como para poder estudiar la estabilidad del avión y su respuesta transiente y estacionaria en una condición de vuelo específica. Debido a que los parámetros que influyen en este modelo dependen fuertemente de las condiciones del vuelo, éstos se obtenían a partir de tablas, las cuales constituyen los resultados de las pruebas realizadas en los túneles de viento. En resumen, para estudiar la respuesta de un avión y obtener su modelo matemático, se somete una copia a escala del avión a pruebas de túneles de viento, y con sus resultados, se genera un modelo con parámetros diferentes para cada condición de vuelo.

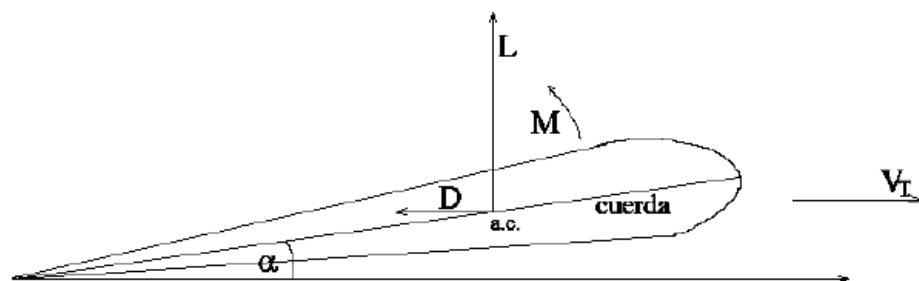
Existen estudios hechos por diferentes investigadores, conducentes a la obtención de modelos más globales y más precisos, en general no lineales, y aplicables a un mayor rango de condiciones de vuelo. Estos modelos pretenden parametrizar las curvas obtenidas en los túneles de viento, ajustando los coeficientes de series de *Taylor* multivariantes truncadas mediante diferentes técnicas aplicables también a otros sistemas físicos. Sin embargo, este tipo de modelos también se basa en las pruebas obtenidas de los túneles de viento.

En este capítulo se desarrolla un modelo global del avión para su dinámica lateral (restringida a dos dimensiones y un ángulo), que pretende simular el comportamiento del mismo para una gama de condiciones de vuelo normales,

todo lo anterior sin recurrir a pruebas empíricas particulares. Este modelo, basado en el comportamiento descrito por los modelos locales y considerando además las ecuaciones de la física, es lo suficientemente sencillo como para expresarlo en unas pocas ecuaciones diferenciales, y permite estudiar a grandes rasgos el comportamiento global del avión.

Previo a desarrollar las ecuaciones que describen el comportamiento de un avión, es necesario conocer los términos básicos (Ver Glosario) que se emplean para referirse a sus principales variables en un vuelo lateral, longitudinal y los parámetros que permiten su modelamiento (ver figura 37).

Figura 37. Perfil aerodinámico del ala.



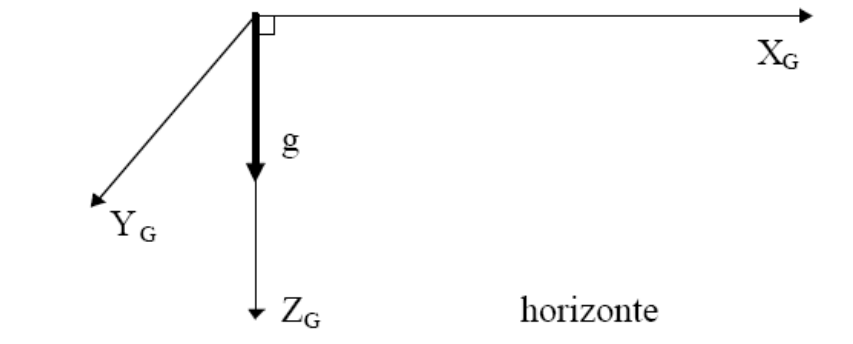
Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 55.

6.2. DEFINICION DE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA

En el vuelo de los aviones existen muchas fuerzas y momentos que se combinan para dar lugar al movimiento. Cada una de estas fuerzas puede ser referida a cualquiera de tres sistemas de coordenadas diferentes, aunque naturalmente tiendan a identificarse mejor con uno en particular. Estos tres sistemas de coordenadas se describen a continuación

6.2.1 Sistema de referencia de tierra (G). El sistema de coordenadas de la tierra tiene su eje X_G paralelo al horizonte, y su eje Z_G perpendicular a él, apuntando hacia el centro de la tierra; el eje Y_G sale del plano. Esta disposición de los ejes es útil para ser consistente con los textos que analizan la dinámica de los aviones. Los ángulos en el plano $X_G Z_G$ se consideran positivos en el sentido inverso de los punteros del reloj. Cabe mencionar que en este sistema de referencia se genera una única fuerza natural durante el vuelo, que es la fuerza de gravedad. Ésta será considerada como constante para los cálculos asociados en este informe, y con dirección también constante (ver figura 38).

Figuras 38. Sistema de referencia de tierra



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 56.

6.2.2. Sistema de referencia de viento (W). Este sistema de referencia tiene su eje longitudinal X_W paralelo al vector velocidad del avión. Se considera importante ya que todas las fuerzas aerodinámicas del avión se calculan para este sistema de referencia. Esto es así porque todos los coeficientes aerodinámicos están tabulados para fuerzas paralelas y perpendiculares a la dirección del viento. De este modo existen fuerzas perpendiculares al viento, que son las de sustentación o *lift*, aquellas fuerzas deseables para cualquier aeroplano, y fuerzas paralelas a la dirección del viento, denominadas de arrastre o *drag*, que limitan la rapidez máxima de los aviones. Además existen momentos generados por estas fuerzas, que también pueden ser obtenidos de tablas¹⁵.

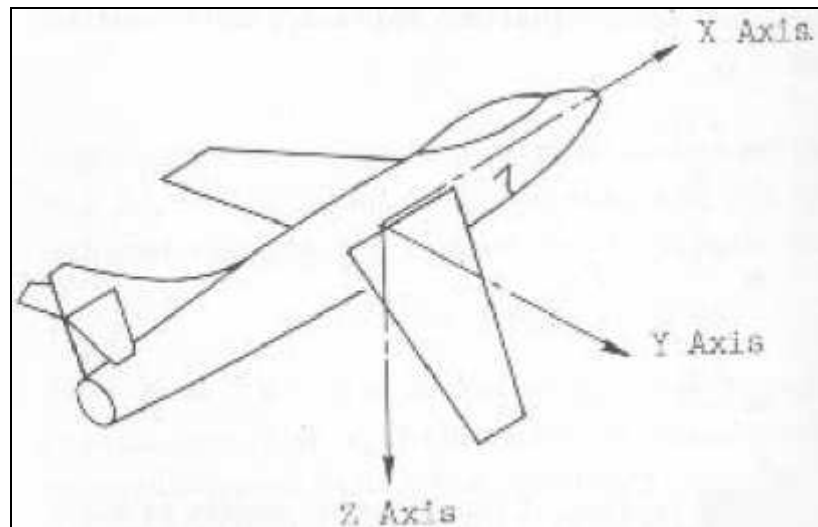
Todas estas fuerzas y momentos son de origen aerodinámico, por lo tanto, son proporcionales a la presión dinámica y a la superficie sobre la cual se ejerzan.

6.2.3. Sistema de referencia del avión (A). Este sistema de referencia está adosado a la estructura rígida del aeroplano, y por lo tanto, rota con él. Su origen se encuentra en el centro de gravedad del avión, y su eje longitudinal X_A es paralelo a la FRL, su eje Y_A apunta en la dirección del ala derecha, y su eje Z_A , hacia la parte inferior del avión.

Existe una única fuerza apreciable que se desprende naturalmente de este sistema de referencia, que es la propulsión o *thrust*. El ángulo entre X_A y la proyección de X_W sobre $X_A Z_A$ es el ángulo de ataque; el ángulo que este sistema forma con el de tierra se denomina ángulo de cabeceo o *Pitch*.

¹⁵Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 56.

Figura 39. Sistema de ejes del avión



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 57.

6.3. DESCRIPCION GENERAL DE LAS FUERZAS INVOLUCRADAS EN EL VUELO.

En este acápite se realiza una breve descripción de las fuerzas que se considerarán en las páginas siguientes para el análisis de la dinámica del avión.

6.3.1. Fuerza de gravedad. En el sistema de referencia Tierra, esta fuerza se considera como positiva a lo largo del eje ZG. Como la fuerza de gravedad deriva de la energía potencial gravitatoria, disminuye a medida que nos alejamos del centro de la tierra y siempre apunta hacia él. Además depende de la masa del avión, que puede variar considerablemente durante el vuelo a medida que se consume el combustible. Sin embargo, en este trabajo se considerará como constante, independiente de la altitud y con una dirección fija, como si la tierra fuese plana, y el campo gravitacional y la masa del avión, constantes. Estas suposiciones simplifican el modelo y permiten analizar el comportamiento del avión para vuelos cerca de la superficie de la tierra y a distancias pequeñas en comparación con su radio. Cabe mencionar que la fuerza de gravedad no genera momentos en el avión, ya que éstos se consideran en torno a su centro de gravedad.

6.3.2. Fuerza de propulsión. Fuerza generada por el motor de la aeronave o avión. Generalmente tiene una dirección y sentido fijos en el sistema de referencia Avión, con un ángulo α_T a partir del eje X_A en el plano $X_A Z_A$.

Esta fuerza además genera un momento sobre el centro de gravedad del avión. Existen muchos tipos de motores capaces de generar esta fuerza, considerándose como los principales el motor a combustión interna con hélice, el motor jet y el cohete. De esta forma, las características de esta fuerza dependen del tipo de motor que el avión utilice; por ejemplo, para un motor de tipo jet, esta fuerza sólo dependerá del punto de operación de éste (el punto de operación queda definido por el porcentaje del flujo de combustible actual sobre el máximo posible); en cambio, para un avión con hélice, en cada punto de operación la fuerza generada irá decreciendo a medida que la rapidez del avión aumente. Debido a que el avión que se utiliza en este trabajo cuenta con un motor de combustión interna fijo y una hélice propulsora, se requiere estudiar la fuerza de propulsión de este sistema con mayor detención¹⁶.

6.3.3 Fuerzas Aerodinámicas. Son producidas por el flujo de aire alrededor de un cuerpo. Según la ecuación de *Bernoulli*, en un fluido ideal en régimen permanente, a lo largo de una línea de corriente, se tiene que:

$$\frac{P}{\rho} + g \cdot z + \frac{V^2}{2} = cte \quad \text{EC. 90}$$

donde P es la presión, ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración de gravedad, z es la altura y V es la rapidez con la que se mueve el fluido. Si bien esta ecuación supone además fluido incompresible, en nuestro caso también es válida si el avión se mueve en un pequeño rango de altitud. Suponiendo esta última constante, se puede eliminar un término de la ecuación y obtener:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = cte \quad \text{EC. 91}$$

Si se aplica esta ecuación al flujo de aire que pasa por sobre y por debajo del perfil del ala, y sabiendo que la superficie superior es mayor que la superficie inferior, y por lo tanto, la rapidez con la que circula el aire por sobre el ala es mayor que la del aire que pasa por debajo de ésta, se obtiene que la presión bajo el ala es mayor que la presión sobre ésta (figura 38).

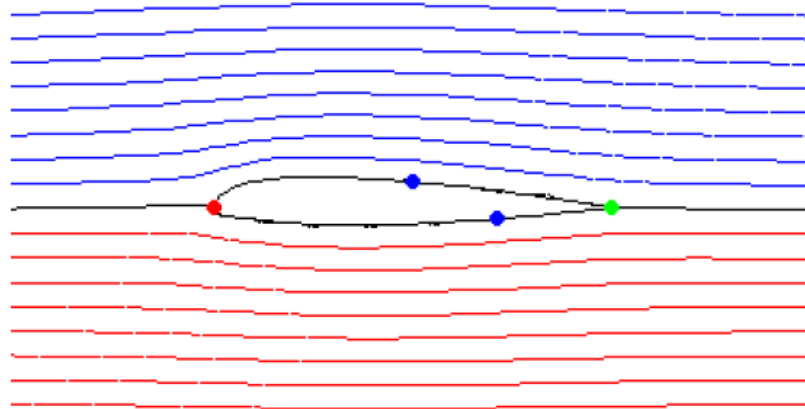
La diferencia de presiones se puede calcular como:

¹⁶ Ibíd., Trabajo de Grado. p 58

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho \cdot (V_2^2 - V_1^2)}{2} = k \frac{\rho \cdot V^2}{2} \quad \text{EC. 92}$$

Donde V es la rapidez del avión y k es una constante que depende de la forma del perfil de ala; P_1 y V_1 están referidas a la parte inferior del ala, y P_2 y V_2 , a su parte superior. Si esta ecuación se multiplica por la superficie del ala S , se obtiene la fuerza de sustentación que en ella se produce:

Figura 40. Flujo de aire alrededor del ala



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 60.

$$F = k \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \quad \text{EC. 93}$$

En el análisis de fuerzas y momentos aerodinámicos, se consideran generalmente parámetros adimensionales llamados coeficientes de fuerzas y de momentos (C_F y C_M en general, donde el subíndice F puede ser L para *lift* (sustentación) o D para *drag* (arrastre)), que dependen del ángulo de ataque, número de *Mach*, número de *Reynolds* y otros factores menos importantes. Para cada perfil de ala estos coeficientes están tabulados para diferentes condiciones de operación, y permiten calcular las fuerzas y momentos que en cada caso se generan considerando los parámetros y variables dimensionales involucradas (superficie alar, rapidez del avión, densidad del aire, brazo del momento). Esto significa que los coeficientes adimensionales pueden ser utilizados para perfiles de ala de diferentes tamaños, y el valor de las fuerzas en cada caso dependerá de la magnitud de los parámetros dimensionales. De este modo se obtiene que las fuerzas aerodinámicas se modelan según la siguiente ecuación:

$$F = C_F \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S = C_F \cdot q \cdot S \quad \text{EC. 94}$$

Donde q es la presión dinámica a la que se somete la superficie. De igual modo, los momentos aerodinámicos se modelan según la siguiente ecuación:

$$M = C_M \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot x = C_M \cdot q \cdot S \cdot x \quad \text{EC. 95}$$

donde x es la distancia entre el punto en el que se calcula el momento y el centro aerodinámico (a.c.), lugar donde efectivamente actúa la suma de las fuerzas aerodinámicas.

Con el objetivo de generar una base de datos confiable para los diseñadores de aviones, la NACA, inició en 1929 el desarrollo de un estudio sistemático de diferentes perfiles de ala, con una nomenclatura propia definida por varios dígitos, cada uno con un significado propio. Este estudio dio como resultado una serie de notas técnicas que incluyen los datos obtenidos de las pruebas en túneles de viento para cada perfil diferente. Los datos incluyen los coeficientes aerodinámicos para diversas condiciones de vuelo.

En general, los coeficientes se tabulan para diferentes números de *Mach* y de *Reynolds*; sin embargo, para números de *Mach* inferiores a 0.6, los coeficientes son prácticamente insensibles a la rapidez del avión. Por este motivo, haremos otra suposición, que dice que el avión volará en condiciones de bajo número de *Mach*.

De esta forma, existen básicamente fuerzas de sustentación y de arrastre, y momentos para cada sección alar, y que dependen de parámetros tales como el número de *Mach*, el número de *Reynolds*, ángulo de ataque, y por supuesto, del tamaño de la superficie en estudio y la presión dinámica a la que se somete.

6.4. MODELO LATERAL – DIRECCIONAL DEL AVIÓN

El modelo que se está desarrollando considera solo un movimiento lateral el cual para su análisis se restringen los ejes Y y Z, y un ángulo de *Roll*, pero es necesario en los cálculos introducir el análisis direccional ya que físicamente el avión al realizar un cambio en el *Roll*, induce un cambio en el *Yaw*, por esta restricción solo se restringe el eje Z. Para comprender mejor el desarrollo del modelo, se comenzará exponiendo las ecuaciones que dan origen al movimiento en los tres ejes; posteriormente se restringirán las ecuaciones para limitarse a lo necesario, y luego se analizarán las fuerzas que están involucradas.

Para un cuerpo desplazándose a una cierta velocidad variable, se tiene que, según las ecuaciones de Newton, la suma de fuerzas sobre él determina la tasa de cambio de su cantidad de movimiento, y la suma de los momentos

determina la variación de moméntum angular, ambas con respecto al sistema de referencia inercial, según las siguientes ecuaciones:

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mV) \quad \text{EC. 95}$$

$$\sum M = \frac{dH}{dt} \quad \text{EC. 96}$$

Donde **F** es la fuerza, **M** es el momento, *m* es la masa del avión, **V** es su velocidad y **H** es su momento angular. Si se considera que la masa del avión es constante, y se supone además que el avión es un cuerpo rígido (la distancia entre dos puntos cualquiera de él es constante), se puede obtener una expresión para la aceleración del avión, la cual cambia al mismo tiempo su tamaño y dirección. La expresión para la aceleración queda dada por lo siguiente:

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V} + \omega \times V \quad \text{EC. 97}$$

Donde **V** es la velocidad lineal del avión y **w** es su velocidad angular total. Se pueden expresar los vectores **w** y **V** en función de los vectores unitarios ortogonales base del sistema de referencia del avión (**i**, **j**, **k**), obteniéndose lo siguiente:

$$V = iU + jV + kW \quad \text{EC. 98}$$

$$\dot{V} = iP + jQ + kR \quad \text{EC. 99}$$

Donde *U*, *V* y *W* representan la rapidez del avión en sus tres ejes, X, Y y Z, y *P*, *Q* y *R* corresponden a las velocidades angulares en torno a los mismos ejes. De lo anterior, se desprende que

$$\dot{V} = i\dot{U} + j\dot{V} + k\dot{W} \quad \text{EC. 100}$$

Si se combinan estos resultados en la EC. 95 y se descompone la ecuación en los tres ejes, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m(\dot{U} + WQ - VR) \\ \sum F_y &= m(\dot{V} + UR - WP) \\ \sum F_z &= m(\dot{W} + VP - UQ) \end{aligned} \quad \text{EC. 101}$$

Este sistema de ecuaciones representa la relación entre las fuerzas aplicadas en el sistema de referencia del avión y su consecuencia en términos de movimiento en el mismo sistema de referencias. Se puede hacer un análisis similar para la EC. 96 según se muestra a continuación. En efecto, de las ecuaciones de la mecánica, se sabe que el moméntum angular se puede descomponer en tres ejes de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} H_X &= PI_{xx} - QI_{xy} - RI_{xz} \\ H_Y &= PI_{yy} - QI_{yz} - RI_{xy} \\ H_Z &= PI_{zz} - QI_{xz} - RI_{yz} \end{aligned} \quad \text{EC. 102}$$

Donde $I_{xx}=I_x$ representa el momento de inercia del avión en torno al eje X, e I_{xy} es por definición el producto de inercia del avión para los ejes X e Y; la definición es idéntica para los demás términos.

Por otra parte, la ecuación análoga a la EC. 97 en magnitudes angulares se puede expresar como:

$$\frac{dH}{dt} = \dot{H} + \omega \times H \quad \text{EC. 103}$$

Si se reemplaza la EC. 102 en la EC. 103, y esta última en la EC. 96, se obtiene una expresión para el vector momento sobre el avión, el que se puede descomponer en tres ejes según el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum M_X &= \dot{P}I_x - \dot{R}I_{xz} + QR(I_z - I_y) - PQI_{xz} \\ \sum M_Y &= \dot{Q}I_y + PR(I_x - I_z) - R^2I_{xz} + P^2I_{xz} \\ \sum M_Z &= \dot{R}I_z - \dot{P}I_{xz} + PQ(I_y - I_x) - QRI_{xz} \end{aligned} \quad \text{EC. 104}$$

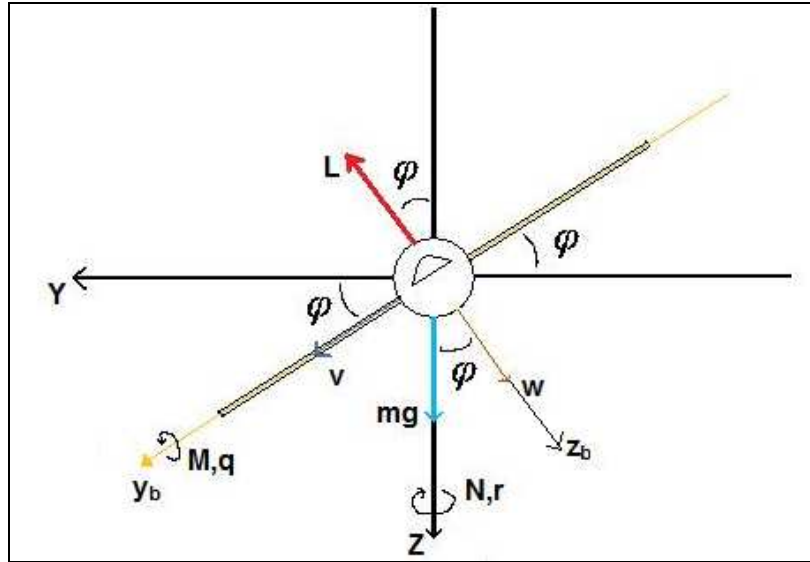
Las ecuaciones 101 y 104, describen completamente el movimiento del avión en función de las fuerzas y momentos que se ejercen en él. Juntas representan un sistema de seis ecuaciones diferenciales no lineales para seis incógnitas.

6.4.1. Análisis Lateral. Si se restringe el movimiento al plano $Y_A Z_A$ (dinámica lateral del avión), inmediatamente se eliminan tres de los seis grados de libertad, considerando ($U=Q=R=0$). Con esto, el sistema de ecuaciones que describe el movimiento del avión en función de sus fuerzas queda dado por:

$$\begin{aligned} \sum F_Y &= m(\dot{V} - WR) \\ \sum F_Z &= m(\dot{W} + VP) \\ \sum M_X &= \dot{P}I_x - \dot{R}I_{xz} \end{aligned} \quad \text{EC. 105}$$

Para completar estas ecuaciones diferenciales, es necesario determinar la composición de las fuerzas que se producen en el avión en el eje Z_A y Y_A , y los momentos que actúan en torno a su centro de gravedad. Esto se logra recurriendo a las fuerzas aerodinámicas, El Lift y la de gravedad. En la figura 39, se aprecia las fuerzas que influye en el movimiento del avión.

Figura 41. Fuerzas que influyen en el avión en el plano XZ.



$$\begin{aligned}\sum F_Y &= L \sin \varphi + v \cos \varphi - w \sin \varphi \\ \sum F_Z &= mg - L \cos \varphi + w \cos \varphi + w \sin \varphi \quad \text{EC. 106} \\ \sum M_X &= M_A\end{aligned}$$

En la figura se aprecia un ángulo φ formado con respecto al eje del Roll.

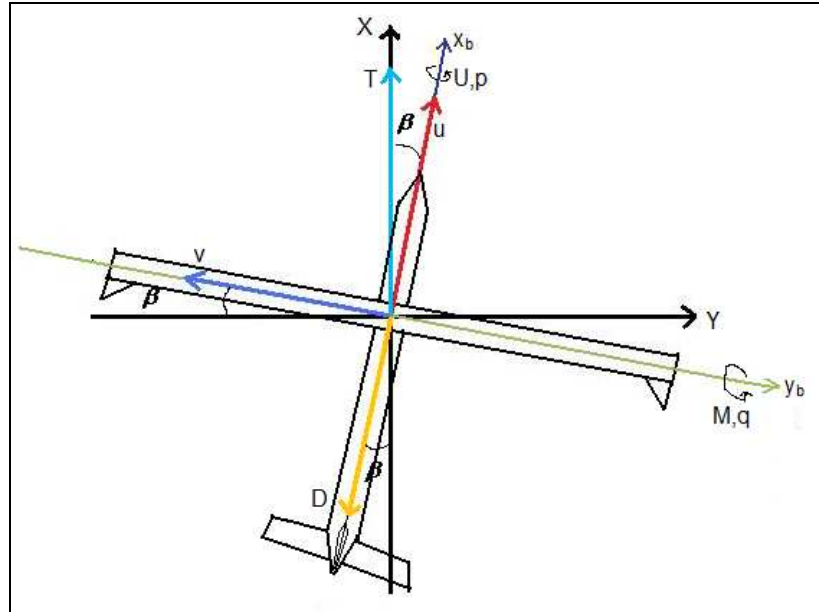
6.4.2. Análisis Direccional. Ahora si se restringe el movimiento al plano X_A y Y_A , (dinámica direccional del avión) inmediatamente se eliminan tres de los seis grados de libertad, considerando ($W=P=Q=0$). Con esto, el sistema de ecuaciones que describe el movimiento del avión en función de sus fuerzas queda dado por:

$$\begin{aligned}\sum F_Y &= m(\dot{V} + UR) \\ \sum F_X &= m(\dot{U} - VR) \quad \text{EC. 107} \\ \sum M_Z &= \dot{R}I_Z - \dot{P}I_{XZ}\end{aligned}$$

Para completar estas ecuaciones diferenciales, es necesario determinar la composición de las fuerzas que se producen en el avión en el eje X_A y Y_A , y los

momentos que actúan en torno a su centro de gravedad. Esto se logra recurriendo a las fuerzas aerodinámicas, El Thrust y el Drag. En la figura 42, se aprecia las fuerzas que influye en el movimiento del avión.

Figura 42. fuerzas que influyen en el avión en el plano XY.



$$\begin{aligned}\sum F_Y &= -v \cos \beta + u \sin \beta - D \sin \beta \\ \sum F_X &= T - D \cos \beta + v \sin \beta + u \sin \varphi \\ \sum M_Z &= M_A\end{aligned}\quad \text{EC. 108}$$

6.5. DESCOMPOSICION DE LAS FUERZAS DEL AVIÓN

Mientras el avión está volando, existen básicamente cuatro fuerzas relevantes: la propulsión, la gravedad, la sustentación y el arrastre. También existen dos momentos importantes: el momento producido por la propulsión y el momento aerodinámico total, que incluye en sí los momentos de todas las fuerzas aerodinámicas, considerando también las producidas por la acción del elevador. La fuerza de gravedad no genera momentos, ya que éstos se miden a partir del centro de gravedad del avión. A continuación se hace un análisis de cada una de las fuerzas y momentos mencionados previamente, con el objetivo de comprender mejor su origen, y así lograr su identificación correcta en el modelo real del avión.

6.5.1. Fuerza de propulsión (Thrust). Esta fuerza, como se ha dicho anteriormente, es generada por el motor del avión. Existen muchos sistemas propulsores, donde los más conocidos son los de motor de pistón, motor jet y

cohetes. Dentro de la categoría de los motores de pistón existe un tipo que cuenta con una hélice rígida, y su velocidad de giro regula la propulsión. Este tipo de sistemas presenta una característica de fuerza decreciente en función de la rapidez del avión, que en general es no lineal; además tiene una curva de eficiencia de la hélice con un máximo muy marcado.

Existen además los sistemas de propulsión basados en jets, con una gran variedad de configuraciones distintas. Estos motores presentan una característica de fuerza constante, independiente de la rapidez; sin embargo, su máxima fuerza decrece con la altitud.

En general, entonces se tiene que la fuerza proporcionada por el motor dependerá de tres variables: la rapidez (V_T) y la altitud (H) del avión, y el punto de operación de la máquina (δ_T):

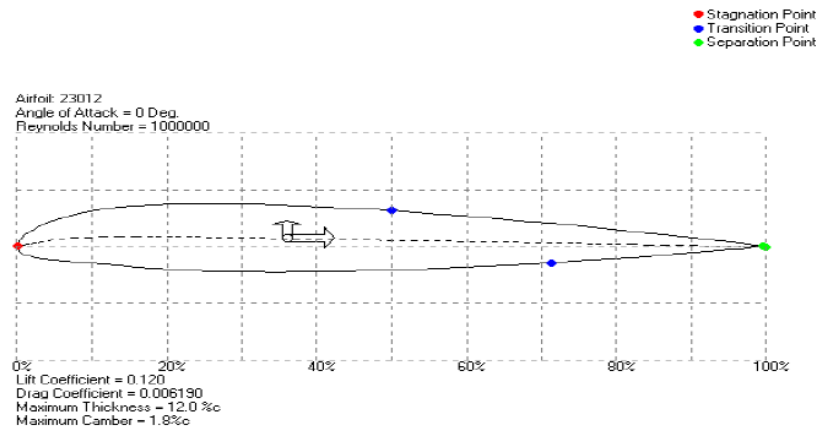
$$T = f(V_T, \delta_T, H) \quad \text{EC 109}$$

6.5.2. Fuerza de gravedad (Weight). La fuerza de gravedad, que es el producto entre la masa del avión y la aceleración de gravedad, se considerará con un valor constante dado que ambos factores se han supuesto constantes en el desarrollo de este modelo.

6.5.3 Fuerza de sustentación (Lift). La fuerza de sustentación de los aviones, tiene contribuciones de tres fuentes principales: el ala, la cola y el fuselaje. Para calcular el coeficiente de sustentación del avión completo, es necesario considerar cada una de estas tres fuerzas. En el caso del ala, existen tablas y gráficos que permiten conocer el coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque; se tiene la misma situación para la superficie de la cola, aunque se cuenta con un área de acción menor. Sin embargo, el caso del fuselaje no es tan simple. Existen tantos tipos de fuselaje diferentes que es imposible obtener tablas y gráficos para cada uno de ellos. Por este motivo, y dado que la superficie que genera fuerzas en el fuselaje es mucho menor que la del ala, se despreciará su contribución a la fuerza de sustentación.

Para determinar los coeficientes de la fuerza de sustentación para el ala, es necesario primero conocer la forma de su perfil. Existen muchas formas de ala que se utilizan ampliamente en diferentes aviones, dependiendo de su rapidez máxima, sustentación máxima, tipo de vuelo (invertido, estable, etc.). En la figura 43 se muestra un ejemplo de perfil de ala.

Figura 43. Perfil de ala tipo NACA-23012

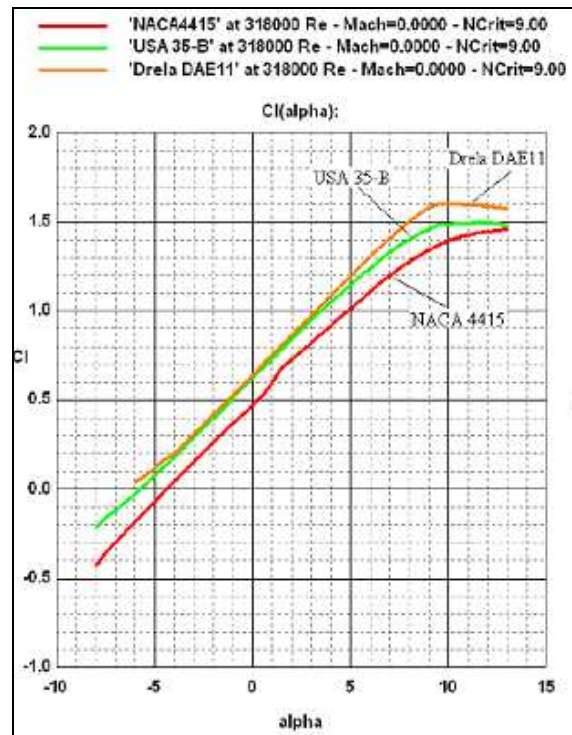


Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 67.

Es posible graficar el coeficiente de sustentación C_L en función del ángulo de ataque, según se muestra en la figura 44. Este gráfico es sumamente importante en el diseño de cualquier avión.

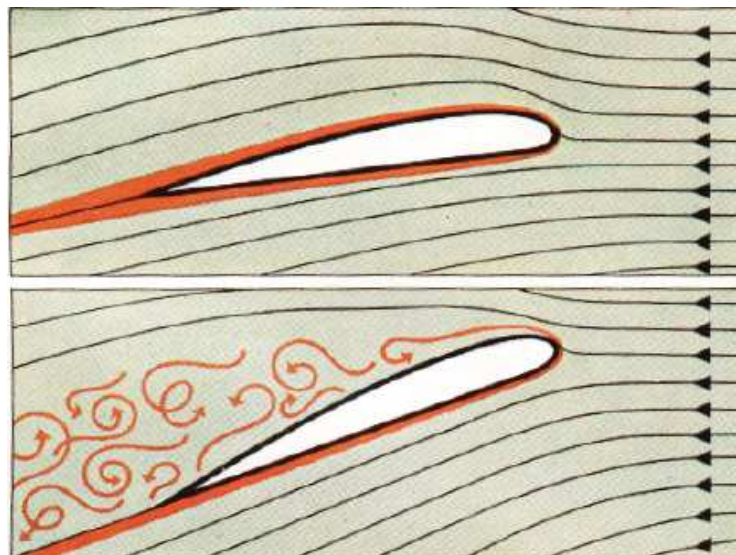
Según se aprecia en la figura 44, el coeficiente de sustentación presenta una caída para ángulos de ataque superiores a 10° . Esta caída representa una disminución de sustentación considerable y se denomina pérdida o *stall*, se debe a una condición de vorticidad generada detrás del ala para condiciones de alto ángulo de ataque (figura 45).

Figura 44. C_L en función del ángulo de ataque



Fuente: DURANTI, Stefano. Profili 2.18a [CD]. Feltre: Stefano Duranti. 2005. 1 CD.

Figura 45. Condición de Stall



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 69.

Si el avión vuela en condiciones de ángulo de ataque entre -5° y 10° aproximadamente, el coeficiente de sustentación se puede considerar como lineal en función del ángulo de ataque, según se muestra en la ecuación:

$$C_{Lw} = C_{Lw0} + C_{Lw\alpha} \cdot \alpha \quad \text{EC. 120}$$

En esta ecuación, C_{Lw0} representa el coeficiente de sustentación para un ángulo de ataque igual a cero, y $C_{Lw\alpha}$, que también se puede escribir como

$$C_{Lw\alpha} = \frac{dC_{Lw\alpha}}{d\alpha} \quad \text{EC. 121}$$

Es una de las denominadas “derivadas de estabilidad” o “*stability derivatives*” del modelo local lineal típico, y representa la variación del coeficiente de sustentación para una variación en el ángulo de ataque. En general, todas las derivadas de estabilidad se representan según la notación de la EC. 121. [6]

Del mismo modo que el ala, la cola también tiene un coeficiente de sustentación; sin embargo, su ángulo de ataque no es el mismo que el del ala debido a un efecto llamado *DownWash* que se produce al fluir el aire a alta presión (bajo el ala) a la zona de baja presión (sobre el ala). Este efecto se modela considerando el tiempo que demora ese flujo de aire en presentarse en la cola del avión, y depende de la longitud de ésta y de la rapidez del vuelo. Existen ecuaciones según las cuales el ángulo de *DownWash*, para un ángulo de ataque específico, queda dado en función del coeficiente de sustentación. De esta forma, la ecuación para el ángulo de ataque de la cola es la siguiente:

$$\alpha_t(\alpha, \delta_e) = i + \alpha - \varepsilon(C_{Lw}) + \tau \cdot \delta_e = i + \alpha - 5.25C_{Lw}(\alpha) - 0.25 + \tau \cdot \delta_e \quad \text{EC. 122}$$

Donde i es el ángulo fijo entre el estabilizador horizontal de la cola y el ala (que en nuestro caso vale 0), α es el ángulo de ataque del ala, y ε es el ángulo de *DownWash*. Toda la ecuación está dada en grados sexagesimales. La ecuación también considera la influencia de la deflexión del elevador δ_e en el ángulo de ataque efectivo de la cola.

Ésta se puede calcular como el producto entre la efectividad del elevador τ y el ángulo de deflexión δ_e , positivo para una deflexión hacia abajo (momento negativo); por otra parte, la efectividad del elevador se obtiene de tablas que relacionan este valor con la razón entre las cuerdas del elevador y de la cola completa. De esta forma, se puede expresar la fuerza total de sustentación como

$$L = C_{Lw}(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S + \eta_t C_{Lt}(\alpha_t(\alpha, \delta_e)) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S_t \quad \text{EC. 123}$$

En esta ecuación, los subíndices t se refieren a “tail”, o cola del avión. El término η_t es la eficiencia de la cola, y se calcula como el cociente entre la presión dinámica de la cola y la presión dinámica de un flujo libre. Generalmente su valor se encuentra entre 0.7 y 1. Si se multiplica y se divide el lado derecho por S , se puede obtener la siguiente expresión:

$$L = \left(C_{L_w}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{L_t}(\alpha_t(\alpha, \delta_e)) \right) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \quad \text{EC. 124}$$

Con lo cual se obtiene un coeficiente de sustentación equivalente para el avión completo dado por:

$$C_L = \frac{L}{\frac{\rho \cdot V^2}{2} S}$$

$$C_L = C_{L_w}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{L_t}(\alpha_t(\alpha, \delta_e)) \quad \text{EC. 125}$$

Mediante esta ecuación, y considerando las curvas de sustentación, es posible obtener una expresión para el coeficiente de sustentación del avión completo. Finalmente, reemplazando dicho coeficiente en la EC. 124, se obtiene la expresión para la fuerza de sustentación que se ejerce sobre el avión, y que puede ser expresada como:

$$L = C_L(\alpha, \alpha_t) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \quad \text{EC. 126}$$

Es posible apreciar en esta ecuación que la fuerza de sustentación es una función no lineal de la rapidez y el ángulo de ataque del avión. [6]

6.5.4. Fuerza de arrastre (Drag). Las fuerzas de arrastre, al igual que las de sustentación, tienen su origen en el arrastre del ala, la cola y el fuselaje. En este caso tampoco es posible determinar el valor de la fuerza de arrastre para el fuselaje, que en general es muy pequeño, pero sí es posible para el ala y la cola. El coeficiente de arrastre típico para un perfil de ala particular presenta un término constante y un término que depende del cuadrado del ángulo de ataque. Para ángulos de ataque entre -5° y 10° , es posible relacionar este coeficiente con el de sustentación. Esto se debe a que existen básicamente dos tipos de arrastre para el ala de un avión: el de fricción, que se presenta en cualquier cuerpo que se mueve en un fluido, y el inducido, que se genera como producto de la sustentación y se puede relacionar con ésta según una ecuación cuadrática. Los gráficos que se obtienen a partir de las pruebas en túneles de viento son similares al que se muestra en la figura 44. A partir de ellos, y

considerando las expresiones aerodinámicas vistas recientemente, es posible determinar una ecuación para el coeficiente de arrastre del avión:

$$D = C_{Dw}(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S + \eta_t C_{Dt}(\alpha, \delta_e) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S_t \quad \text{EC. 127}$$

Realizando las mismas operaciones que para el caso del coeficiente de sustentación, se obtiene la siguiente ecuación:

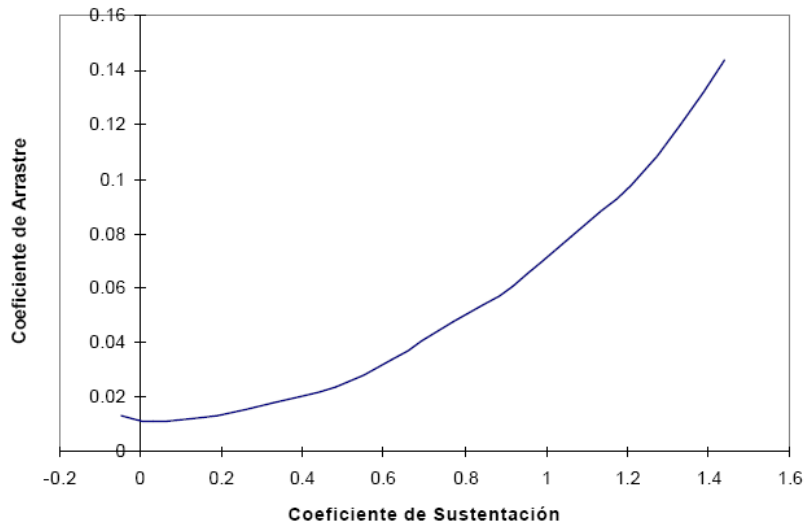
$$D = C_D(\alpha, \alpha_t) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \quad \text{EC. 128}$$

Donde

$$C_D = \frac{D}{\frac{\rho \cdot V^2}{2} S}$$

$$C_D = C_{Dw}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{Dt}(\alpha, \delta_e) \quad \text{EC. 129}$$

Figura 46. C_D en función de C_L



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 73.

6.6. DESCOMPOSICION DE LOS MOMENTOS EN EL AVIÓN

Las mismas fuerzas que generan el movimiento de un avión también contribuyen a la suma total de los momentos de éste. Es posible considerar dos contribuciones principales: la de la propulsión y las aerodinámicas, esto es:

$$M = M_{cgT} + M_{cgA} \quad \text{EC. 130}$$

A continuación se desarrollan las ecuaciones para determinar dichos momentos en torno al centro de gravedad del avión.

6.6.1. Momento provocado por la fuerza de propulsión. La fuerza de propulsión genera momentos en el avión de acuerdo con la definición mecánica de los momentos. En este caso, el momento generado por la fuerza de propulsión en torno al centro de gravedad del avión se puede expresar como:

$$M_T = f(V_T, \delta_T, H) \cdot x_{thrust} \quad \text{EC. 131}$$

Donde x_{thrust} es el brazo del momento, el cual se puede medir directamente en el plano del avión.

6.6.2. Momento provocado por las fuerzas aerodinámicas. Los momentos provocados por las fuerzas aerodinámicas se dividen entre aquellos provocados por las fuerzas de sustentación y aquellos provocados por el arrastre, ambos para el ala (w), la cola (t) y el fuselaje (f). Entonces, la expresión general para el momento del avión en torno a su centro de gravedad debido a fuerzas aerodinámicas queda dada por:

$$M_A = M_w + M_t + M_f + M_{\dot{\alpha}} + M_{\dot{\theta}} \quad \text{EC. 132}$$

En este caso, $M_{\dot{\alpha}}$ y $M_{\dot{\theta}}$ corresponden a los momentos provocados por todas las fuerzas debido a un cambio en el ángulo de ataque y en el ángulo de *Pitch*. Estos momentos son muy importantes en la estabilidad del avión como para no ser considerados en la ecuación, y demasiado complicados como para calcularlos analíticamente en función de las fuerzas producidas.[6] [7]

En general, el cálculo de cualquier momento producido por fuerzas aerodinámicas en el avión requiere conocer además del coeficiente de momentos, el brazo de la fuerza. Para evitar este problema, todos los momentos aerodinámicos se calculan utilizando como brazo el mismo valor, correspondiente a la cuerda aerodinámica media (M.A.C.), e incluyendo el factor de corrección en el coeficiente de momentos, según la siguiente ecuación:

$$M = C_M(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \cdot c \quad \text{EC. 133}$$

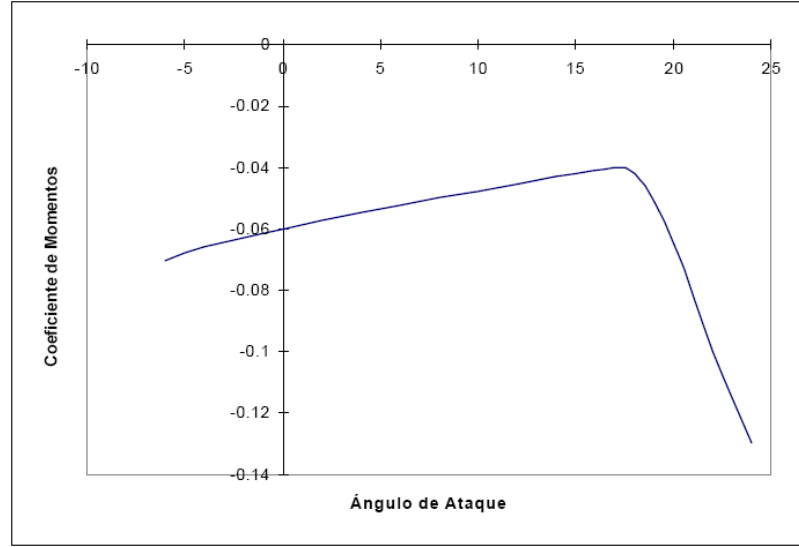
En este caso, c es la cuerda aerodinámica media, que en el caso de un ala recta, corresponde al valor de la cuerda del ala.

- Momento provocado por el ala. En un avión, el ala se considera un elemento inherentemente inestable, porque una pequeña perturbación en el ángulo de ataque genera un momento que tiende a aumentarlo aún más. Esto es debido al coeficiente de momento en función del ángulo de ataque, que tiene una pendiente levemente positiva (ver figura 47). Esto se explica también debido a que en el ala, generalmente ocurre que el centro aerodinámico se encuentra delante de su centro de gravedad, lo cual la hace inestable. Por este motivo se requiere de un estabilizador de cola que contribuya en la estabilidad del avión completo.

La figura 47 muestra el coeficiente de momento típico de un perfil de ala. Dicho momento está medido en un punto que se encuentra en una cuerda del perfil, en el primer cuarto de éste, que es donde se generan las fuerzas de Lift y Drag (centro aerodinámico o a.c.), y por lo tanto no contribuyen al momento en ese punto. Para obtener el momento en torno al centro de gravedad, es necesario agregar la contribución que producen las fuerzas de sustentación y arrastre, considerando el brazo de cada una. En el caso del arrastre, el brazo es muy pequeño, por lo que generalmente se desprecia; sin embargo, en el caso de la sustentación no ocurre lo mismo. Considerando lo anterior, el momento provocado por el ala del avión en su centro de gravedad se puede calcular como la suma del momento del ala en su centro aerodinámico y la contribución de la fuerza de sustentación a dicho momento, según la siguiente ecuación:

$$M_w = C_{Mac}(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2 S}{2} c + C_{Lw}(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2 S}{2} x_w \quad \text{EC. 134}$$

Figura 47. C_M en función del ángulo de ataque



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 76.

En esta ecuación, x_w es el brazo horizontal entre el centro aerodinámico del ala y el centro de gravedad, y se considera como negativo si el centro de gravedad está delante del aerodinámico, en cuyo caso el avión es estable. Multiplicando y dividiendo el segundo término por $\frac{x_w}{c}$, obtenemos la siguiente expresión para el momento provocado por el ala en el centro de gravedad del avión:

$$M_w = \left(C_{Mac}(\alpha) + \frac{x_w}{c} C_{Lw}(\alpha) \right) \frac{\rho \cdot V^2 S}{2} c \quad \text{EC. 135}$$

De la ecuación anterior, se desprende que el coeficiente de momentos del ala en torno al centro de gravedad del avión se puede calcular como:

$$C_{Mw} = C_{Mac}(\alpha) + \frac{x_w}{c} C_{Lw}(\alpha) \quad \text{EC. 136}$$

y la expresión para el momento provocado por el ala del avión en su centro de gravedad se reduce a:

$$M_w = C_{Mw}(\alpha) \frac{\rho V^2 S}{2} c \quad \text{EC. 137}$$

- Momento provocado por la cola. Las fuerzas provocadas por la cola del avión permiten desplazar el centro aerodinámico del avión completo hacia atrás, y por lo tanto, aumentar su estabilidad. Además, es posible modificar

dichas fuerzas mediante el control del elevador, con lo que se cambia el momento que la cola produce, y por lo tanto, se controla el ángulo de *Pitch* del avión. Se puede calcular el coeficiente de momento de la cola a partir del momento que produce en torno al centro de gravedad del avión.

Éste se puede calcular de la siguiente forma:

$$M_t = L_t \cdot x_t = C_{L_t}(\alpha, \delta_e) \cdot \eta_t \frac{\rho V^2 S}{2} S_t \cdot x_t \quad \text{EC. 138}$$

El término x_t es negativo si la cola está detrás del centro de gravedad del avión, ya que si se aumenta la sustentación de ésta, el avión tiende a inclinarse hacia abajo producto de un momento negativo. Realizando operaciones similares a los dos casos anteriores, se puede obtener la siguiente expresión para el coeficiente de momentos de la cola:

$$C_{M_t}(\alpha, \delta_e) = \frac{S_t \cdot x_t}{c S} \eta_t C_{L_t}(\alpha, \delta_e) \quad \text{EC. 139}$$

Considerando lo anterior, la expresión para el momento del avión provocado por la cola queda dado por:

$$M_t = C_{M_t}(\alpha, \delta_e) \frac{\rho V^2}{2} S c \quad \text{EC. 140}$$

- Momento provocado por una variación del ángulo de ataque. Este momento, aparece sólo cuando existe un cambio en el ángulo de ataque del avión, es muy difícil de ser determinado analíticamente. Sin embargo, las pruebas para los aviones en túneles de viento permiten obtener una derivada de estabilidad, $C_{M\dot{\alpha}}$, que es de vital importancia en el amortiguamiento de las oscilaciones en el ángulo de *Pitch*. Esto se debe a que genera un momento contrario al movimiento, y por lo tanto, tiende a disminuir las oscilaciones. Esta derivada de estabilidad es muy usada en los modelos lineales, y se puede definir como:

$$C_{M\dot{\alpha}} = \frac{dC_M}{d\dot{\alpha}} \quad \text{EC. 141}$$

Término que por lo general es negativo. La contribución al momento de este coeficiente se puede calcular como:

$$M_{\dot{\alpha}} = C_{M\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} \cdot \frac{\rho V^2 S}{2} c \quad \text{EC. 142}$$

Existe otro momento asociado a la variación de un ángulo, que es el ángulo de *Pitch*, que puede ocurrir sin un cambio en el ángulo de ataque. Esta situación se da en maniobras como un *Loop*, donde el ángulo de ataque puede

permanecer constante. A continuación se muestran las ecuaciones que modelan este comportamiento:

$$M_{\dot{\theta}} = C_{M\dot{\theta}} \cdot (\dot{\theta}^2 - \dot{\alpha}) \cdot \frac{\rho V^2 S}{2} c \quad \text{EC. 143}$$

Donde

$$C_{M\dot{\theta}} = \frac{dC_M}{d\dot{\theta}} \quad \text{EC. 144}$$

Los dos momentos anteriormente vistos se consideran en la ecuación total de momentos del avión, incluso en el caso de bajas velocidades.

6.7. RESUMEN DE LAS ECUACIONES OBTENIDAS

En los capítulos anteriores se desarrollan las ecuaciones que modelan el comportamiento global de un avión para las condiciones señaladas. A continuación, se presentan tales ecuaciones:

Plano $Y_A Z_A$ (dinámica lateral del avión).

$$\begin{aligned} \sum F_Y &= m(\dot{V} - WR) \\ \sum F_Z &= m(\dot{W} + VP) \\ \sum M_X &= \dot{P}I_X - \dot{R}I_{XZ} \end{aligned} \quad \text{EC. 145}$$

El lado izquierdo de este sistema de ecuaciones se puede descomponer de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum F_Y &= L \sin \varphi + v \cos \varphi - w \sin \varphi \\ \sum F_Z &= mg - L \cos \varphi + w \cos \varphi + v \sin \varphi \\ \sum M_X &= M_A \end{aligned} \quad \text{EC. 146}$$

Plano $X_A Y_A$ (dinámica direccional del avión).

$$\begin{aligned} \sum F_Y &= m(\dot{V} + UR) \\ \sum F_X &= m(\dot{U} - VR) \\ \sum M_Z &= \dot{R}I_Z - \dot{P}I_{XZ} \end{aligned} \quad \text{EC. 147}$$

El lado izquierdo de este sistema de ecuaciones se puede descomponer de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\sum F_Y &= -v \cos \beta + u \sin \beta - D \sin \beta \\ \sum F_X &= T - D \cos \beta + v \sin \beta + u \sin \varphi \\ \sum M_Z &= M_T + M_A\end{aligned}\quad \text{EC. 148}$$

Globalmente se tiene una expresión para la propulsión, la sustentación, el arrastre y los momentos.

La fuerza de propulsión se puede expresar como:

$$T = (T_0, C_{T_v}, V_T) \delta_T \quad \text{EC. 149}$$

La fuerza de sustentación se modela según la ecuación:

$$L = C_L(\alpha, \alpha_t) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \quad \text{EC. 150}$$

Donde

$$C_L = C_{L_w}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{L_t}(\alpha_t(\alpha, \delta_e)) \quad \text{EC. 151}$$

La ecuación que modela el arrastre del avión es la siguiente:

$$D = C_D(\alpha, \alpha_t) \frac{\rho \cdot V^2}{2} s \quad \text{EC. 152}$$

Donde

$$C_D = C_{D_w}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{D_t}(\alpha_t(\alpha, \delta_e)) \quad \text{EC. 153}$$

Por otra parte, es fácil determinar la contribución de la propulsión al momento como

$$M_T = T \cdot x_{thrust} \quad \text{EC. 152}$$

El momento aerodinámico M_A se puede descomponer en el momento provocado por el ala, la cola y los cambios en el ángulo de ataque según la expresión:

$$M_A = M_w + M_t + M_f + M_{\dot{\alpha}} + M_{\dot{\theta}} \quad \text{EC. 153}$$

El momento provocado por el ala se modela según la ecuación

$$M_w = C_{Mw}(\alpha) \frac{\rho \cdot V^2}{2} S \cdot c, \quad \text{EC. 154}$$

Donde

$$C_{Mw}(\alpha) = C_{Mwac}(\alpha) \frac{x_w}{c} C_{Lw}(\alpha) \quad \text{EC. 155}$$

Por otra parte, el momento provocado por la cola del avión está dado por:

$$M_t = C_{Mt}(\alpha, \delta_e) + \frac{\rho V^2}{2} S c \quad \text{EC. 156}$$

Donde

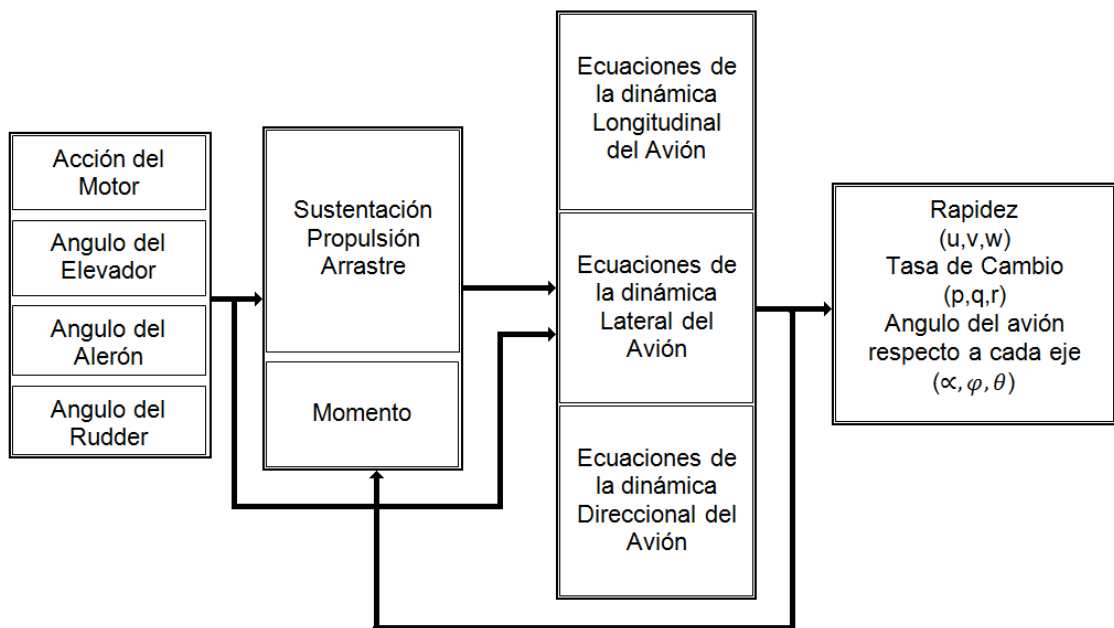
$$C_{Mt}(\alpha, \delta_e) = \frac{x_t S_t}{c S} \eta_t C_{Lt}(\alpha, \delta_e) \quad \text{EC. 157}$$

$$\alpha_t(\alpha, \delta_e) = i + \alpha - \varepsilon(C_{Lw}) + \tau \cdot \delta_e = i + \alpha - 0.0916 C_{Lw}(\alpha) - 0.00436 + \tau \cdot \delta_e \quad \text{EC. 158}$$

7. ESQUEMA DE LA PLANTA A CONTROLAR

Teniendo las ecuaciones anteriores es posible plantear un diagrama de bloques de la planta “Avión”, considerando todas las entradas y salidas según se muestra en la figura 48.

Figura 48. Diagrama de bloques general de la dinámica del avión.



Dentro de los bloques existen funciones específicas para el cálculo de cada una de las fuerzas y momentos que influyen en la mecánica del avión. Para esto, se consideran las entradas necesarias a partir de las variables manipuladas y del estado actual del avión. A partir de este bloque podemos proceder al estudio del comportamiento de la planta en lazo abierto, para determinar el tipo de controlador a usar.

En la figura anterior, aparece el término dinámica longitudinal, se debe dejar claro que el cálculo de este término, para nuestro caso fue omitido, sin embargo se tendrá en cuenta al momento de aplicar la estrategia de control a la planta “avión”.

7.1. BLOQUE COMPLETO DEL AVIÓN

El modelo matemático del avión generado a partir de las ecuaciones no es conveniente someterlo directamente a pruebas ya que no contamos con ninguno de los datos que nos arrojaría el sistema de instrumentación del avión,

esta información es suministrada por; giroscopios, acelerómetros, altímetros, GPS, entre otros, el cual proporcionan datos como; latitud, longitud, altitud, tasa de cambio en cada eje, Bank Angle, Pitch Angle y el Heading (ángulos formados respecto a cada eje; Roll, Pitch, Yaw), entre otros.

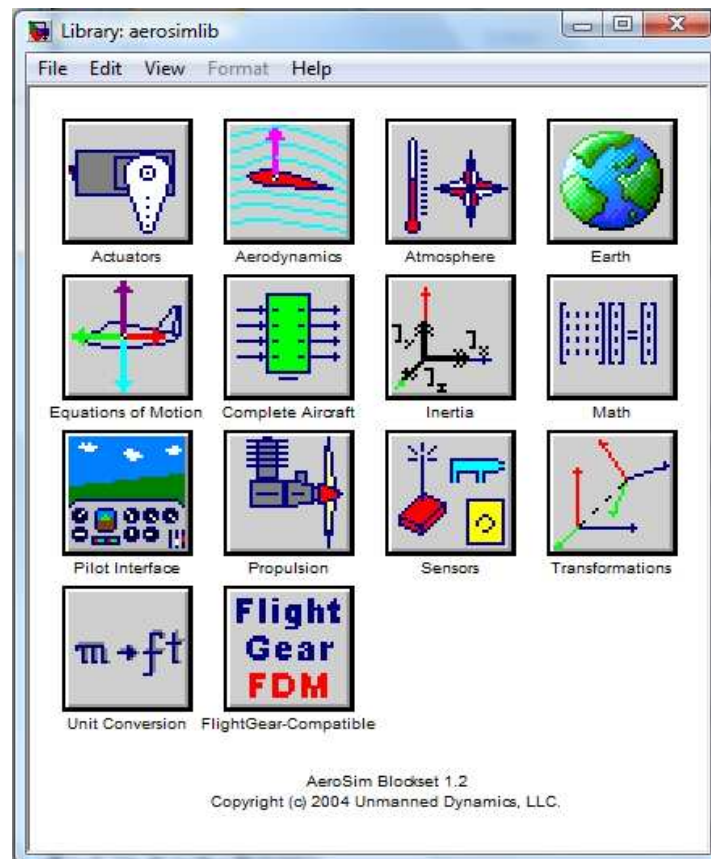
La idea de tener en cuenta los datos suministrados por el sistema de instrumentación es poder construir un sistema incrementador de estabilidad lateral que se comporte lo más posible a la realidad, para adelantarse a posibles problemas que puedan surgir al momento de que se quiera implementar.

Al no contar con datos físicos reales para crear el modelo completo del avión fue necesario recurrir a software's dedicados al análisis aerodinámico de aeronaves, estos software's generan un análisis lo bastante completo para adelantarse al comportamiento del avión durante el vuelo, sin embargo para lograr una utilidad eficiente de estos software's es necesario conocer los parámetros de diseño de la aeronave.

7.2. SOFTWARE DE CÁLCULO Y SIMULACIÓN

Actualmente existe una herramienta muy útil a la hora de realizar simulaciones de vuelo que se adapten a la realidad, esta herramienta es AeroSim, el cual es un BlockSet de Matlab que contiene todos los componentes necesarios para simular desde un actuador hasta el proceso completo de vuelo conectado a una interfaz grafica. Este bloque necesita algunos parámetros técnicos de simulación, pero para su óptimo funcionamiento se debe ingresar los valores correspondientes a las derivadas de estabilidad del avión. Para obtener estas derivadas se puede recurrir a métodos matemáticos como el que se expresó en el capítulo 5, y herramientas computacionales como AVL, XFLR y TORNADO. El cálculo de las derivadas por el método matemático, resulta ser de muy poca eficiencia ya que en sus cálculos toca generar muchos supuestos para solucionar las ecuaciones, por esta razón usaremos la herramienta computacional AVL (Athena Vortex Lattice) para obtener todos los valores de las derivadas de estabilidad.

Figura 49. Librería disponible en el BlockSet AeroSim

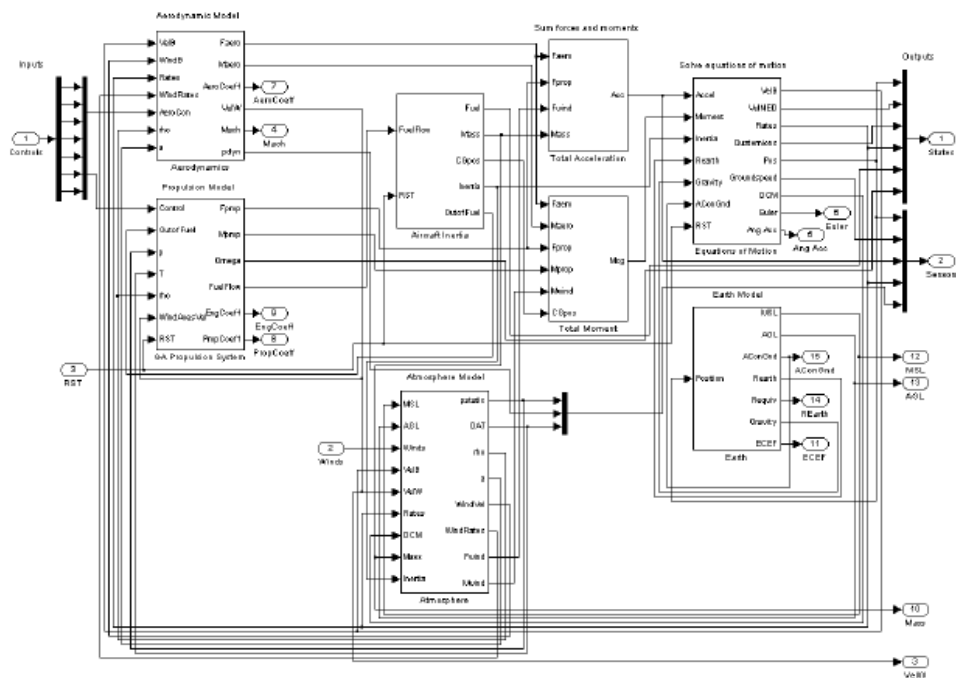


Fuente: Matlab R2007b Version 7.4.0.287 [DVD]. United States: The MathWorks. 1984-2007. 1 DVD.

7.2.1. Bloque de Simulink. [Aircraft Model (6 DOF)] AeroSim provee un sistema que ejecuta el modelo no lineal un avión (6-Grados de Libertad) usando bloques específicos como: el modelo aerodinámico, modelo de propulsión, modelo atmosférico, modelo de la tierra entre otros.

The diagram illustrates a flight control system architecture. It begins with a feedback loop from the 'Sensors' output, which feeds into a vertical bus. This bus provides input to three parallel models: the 'Atmosphere Model' (cyan), the 'Earth Model' (red), and the 'Inertia Model' (teal). The 'Atmosphere Model' also receives 'Winds' as an external input. The outputs of these three models feed into a second vertical bus, which then feeds into a dashed box containing three stacked models: 'Aerodynamic Model' (green), 'Propulsion Model' (magenta), and 'Inertia Model' (teal). This dashed box is controlled by 'Controls' and receives a 'Reset' signal. The outputs of these models feed into a third vertical bus, which then feeds into the 'Equations of Motion' block (blue). The 'Equations of Motion' block also receives a 'Reset' signal. Finally, the output of the 'Equations of Motion' block feeds into the 'Sensors' block, which completes the feedback loop by feeding back into the first vertical bus.

Figura 51. Diagrama interno de la planta.



102

- Parámetros generales del bloque de AeroSim

Entradas:

Controles: Vector de 1x7 de los controles de la aeronave:

[Flap Elevator Aleiron Rudder Throttle Mixture Ignition]

* Los controles aerodinámicos se ingresan en radianes.

* El Throttle es 0 o 1.

* Mixture es la fracción del flujo Aire/Combustible.

* Ignition es 0 (Motor: off) o 1 (Motor: on)

Tabla 2. Valores correspondiente a los controles del avión.

CONTROLES	Valor
Flap	0
Elevator	-0.1
Aleiron	0
Rudder	0
Throttle	0.5
Mixture	12
Ignition	1

Winds: Vector de 1x3 de los componentes de velocidad del viento en el marco de la navegación: [North East Down].

Tabla 3. Valores de los componentes de velocidad del viento en tres direcciones diferentes.

WINDS	Valor
North	0
East	0
Down	0

RST: Bandera de Reset del integrador (0 o 1, todos los integradores en el Rising Edge).

Salidas:

States: Vector de 1x15 de los estados del avión

[Velocities, Angular rates, Quaternions, Position, Fuel mass, Engine speed]

Sensors: Vector de 1x18 de las salidas de los sensores

[GPS Position(3), GPS Groundspeed(3), Accelerometers(3), Gyros(3), Air data(3), Magnetometer(3)].

VelW: Vector de 1x3 de velocidad del viento en los ejes de la aeronave [AirSpeed, sideslip, Angle of attack]

Mach: Numero de Mach.

Ang Acc: Vector de 1x3 de las aceleraciones angulares.

Euler: Vector de 1x3 de los ángulos de Euler (Roll, Pitch, Yaw).

AeroCoeff: Vector 1x6 de los coeficientes aerodinámicos
[C_D C_Y C_L C_i C_m C_n]

PropCoeff: Vector de 1x3 de coeficientes de la hélice [J CT CP]

EngCoeff: Vector de 1x5 de coeficientes del motor
[MAP Airflow Fuelflow BSFC Power]

Mass: Masa actual de la aeronave.

ECEF: Vector de 1x3 de la posición de la aeronave Tierra-centro, marco Tierra-fijo.

MSL: Altitud del avión sobre el nivel del mar.

AGL: Altitud de la aeronave sobre terreno.

REarth: Radio equivalente de la tierra en la localización actual.

AConGnd: Bandera; avión arriba la tierra, avión en tierra del avión-en-tierra (0 si el avión está arriba de la tierra, 1 si el avión esta en tierra).

Parámetros de configuración:

Archivo de configuración de la aeronave: Archivo .MAT con datos del avión.

Velocidades Iniciales: Vector de 1x3 de velocidad, descompuesta en los ejes del avión [u v w].

Tasas angulares iniciales: Vector de 1x3 de las tasas angulares iniciales [p q r].

Actitud inicial: Vector de 1x4 de los cuaterniones iniciales [e0 ex ey ez].

Posición Inicial: Vector de 1x3 de la posición inicial del avión [Lat Lon Alt].

Masa inicial de combustible: Cantidad inicial de combustible a bordo del avión.

Velocidad inicial del motor: Velocidad inicial de rotación del motor.

Altitud de tierra: Altitud de tierra en la localización del avión.

Archivo de coeficiente WMM: Dirección del archivo del modelo magnético de los coeficientes.

Fecha de Simulación: La fecha usada en el modelo magnético.
[day month year].

Tiempo de muestreo: Tiempo de muestreo del modelo del avión.

Tabla 4: Parámetros de configuración inicial de la planta.

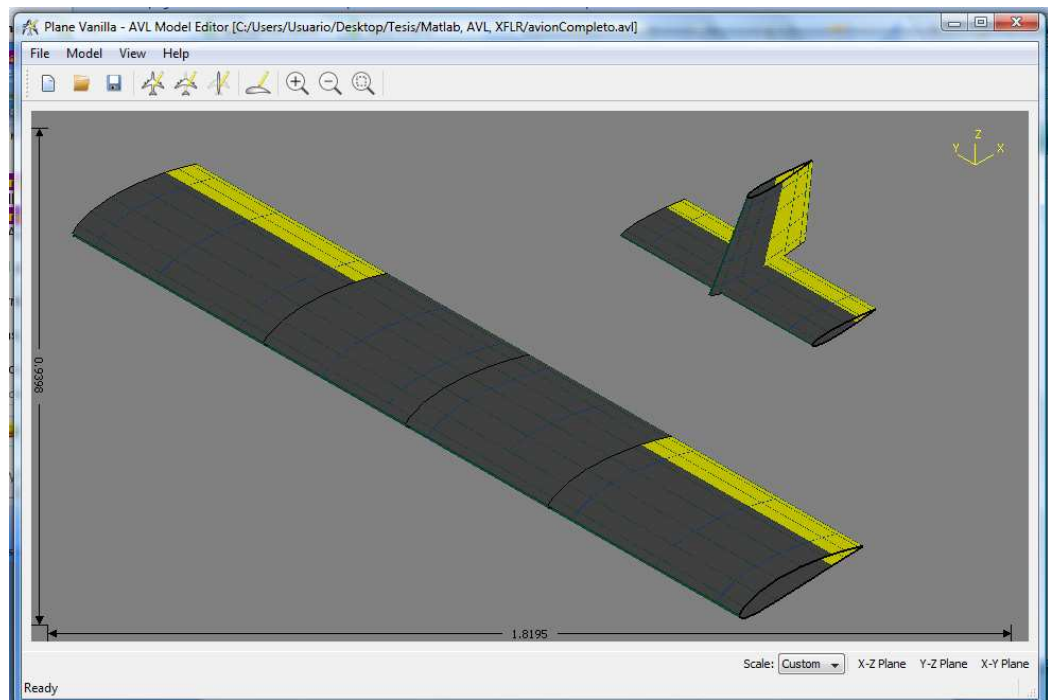
PARAMETRO	Valor o Configuración
Archivo de configuración	'aerosondecfg.mat'
Velocidades Iniciales	[23 0 0]
Tasas angulares iniciales	[0 0 0]
Actitud inicial	[1 0 0 0]
Posición Inicial	[180*pi/180 -122*pi/180 1000]
Masa inicial de combustible	2
Velocidad inicial del motor	5000*pi/30
Altitud de tierra	20
Archivo de coeficiente WMM	'C:\Archivosdeprograma\AeroSim\wmm.cof'
Fecha de Simulación	[01 10 2008]
Tiempo de muestreo	0.005

El archivo de configuración es el componente más importante que necesita la planta para su funcionamiento, ya que en él contiene, todas las derivadas de estabilidad, cálculos de inercia (Ver anexo A).

A partir de estos datos procedemos directamente a analizar el comportamiento de la planta en lazo abierto para obtener la función de transferencia a cada variable de salida a utilizar.

7.2.2. AVL. Como lo expresamos anteriormente para lograr que funcione correctamente el sistema es necesario obtener los valores de las derivadas de estabilidad, que para nuestro caso utilizaremos AVL (Athena Vortex Lattice) como herramienta computacional para calcular estos datos. AVL es un software dedicado al estudio aerodinámico y de estabilidad de la aeronave, que trabaja a partir de los datos de diseño de la aeronave. (Ver Anexo B)

Figura 52. Esquema de la aeronave en AVL.



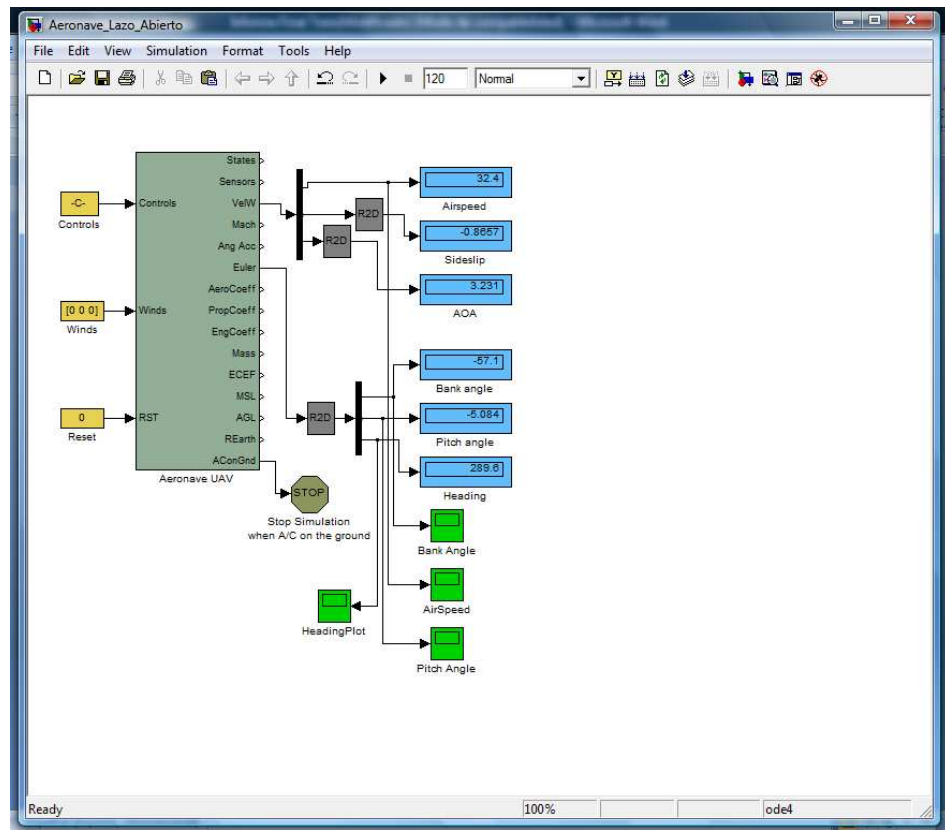
7.3. RESPUESTA EN LAZO ABIERTO DE LA PLANTA

A partir de los datos suministrados a la planta podemos obtener una respuesta en lazo abierto de las variables relacionadas con los movimientos angulares: Bank Angle (Angulo de rotación del eje Roll), Pitch Angle (Angulo de rotación del eje Pitch), Heading (Angulo de rotación del eje Yaw) y el AirSpeed (velocidad del aire).

Tiempo de simulación: 120 segundos.

Tiempo de muestreo: 0.02 segundos.

Figura 53. Diagrama de la planta en lazo abierto.



El momento desequilibrado del Roll causado por el sistema de propulsión excita el modo espiral del avión en una vuelta constante del Bank Angle.

Figura 54. Señal de salida del Bank Angle. Respuesta Inestable del sistema.

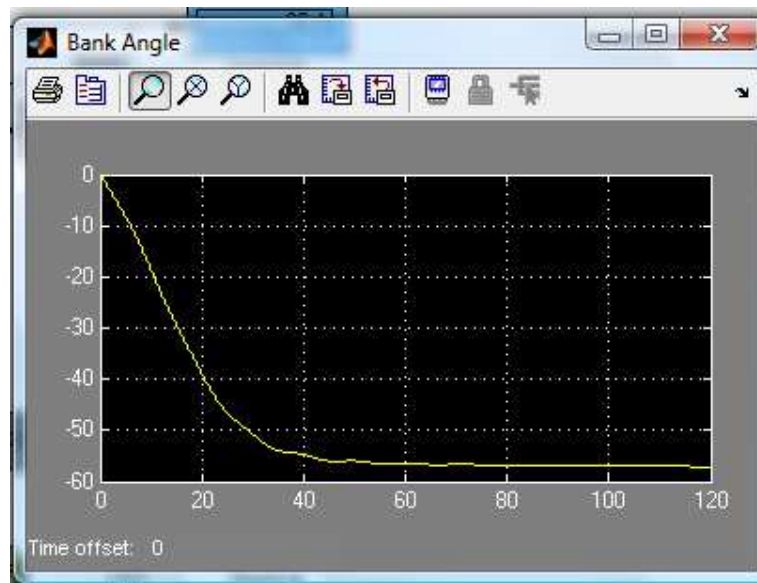


Figura 55. Señal de salida del Heading. Respuesta inestable del sistema.

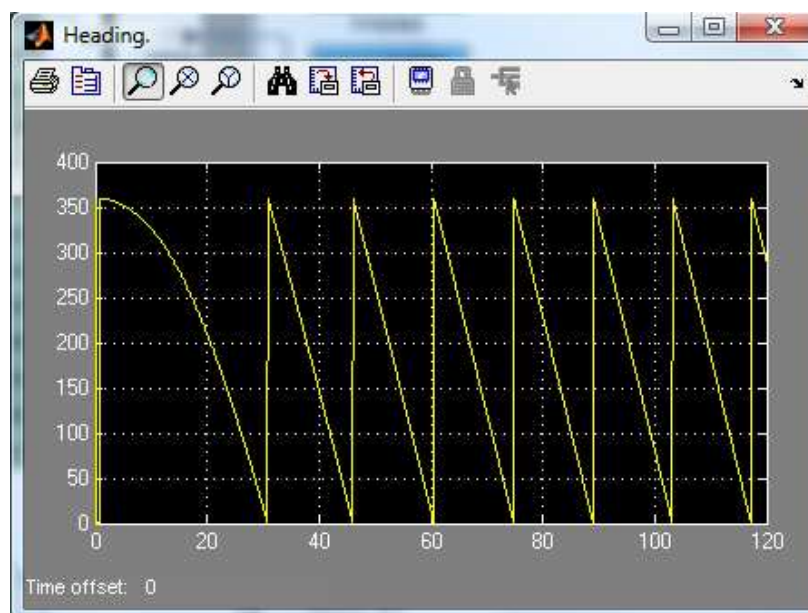


Figura 56. Señal de salida del Pitch Angle. Respuesta inestable del sistema.

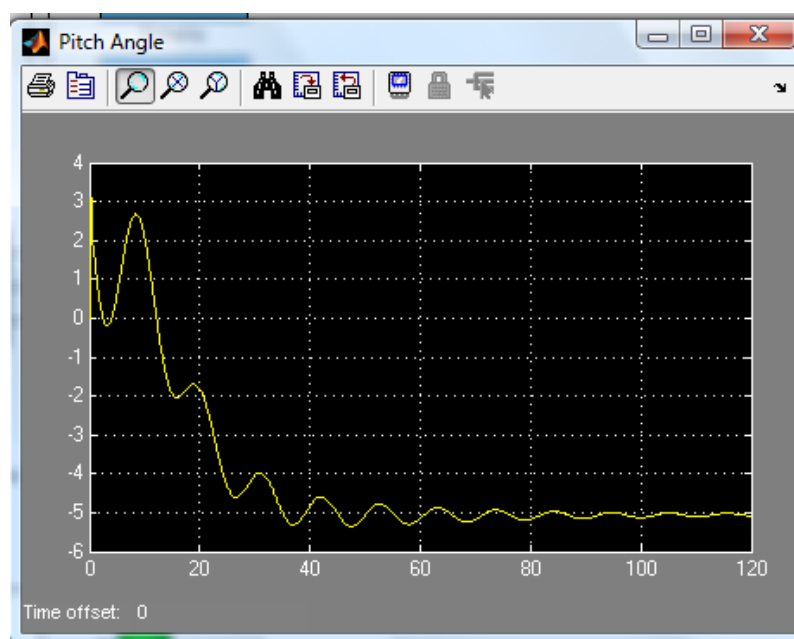
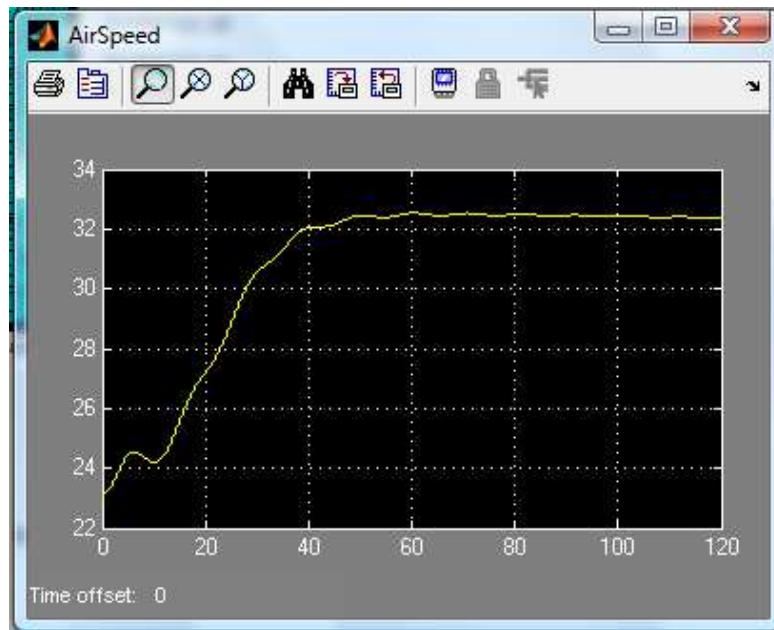


Figura 57. Señal de salida de AirSpeed. Respuesta estable del sistema



Las figuras: 54, 55, 56 y 57 representan las respuestas de la planta en lazo abierto de las variables: Bank Angle, Heading, Pitch Angle y AirSpeed, ante los parámetros de entrada con un tiempo de simulación de 120 segundos y un tiempo de muestreo de 0.002 segundos.

El modelo de la planta, proporciona en gran medida el posible comportamiento de todas las variables que influyen en el avión, sin embargo para nuestro caso solo se seleccionó cuatro variables: Bank Angle, Heading, Pitch Angle y AirSpeed. Las tres primeras están relacionadas con el ángulo de rotación de cada eje, y la última está relacionada con la velocidad del aire. (AirSpeed).

Basándonos en el análisis teórico hecho en los Capítulos anteriores para generar un control sobre el eje del Roll se debe puntualizar que lo que se realiza es un “sistema incrementador de estabilidad” sobre el eje lateral (eje X, “Roll”), ya que al generar un cambio en este eje, induce también un cambio en el eje direccional (eje Z, “Yaw”), además la superficie que atraviesa el flujo relativo del viento disminuye, esto implica que se debe tener en cuenta que el avión debe mantenerse estable tanto en el eje longitudinal como el direccional.

Para nuestro caso, generaremos control sobre el eje longitudinal y Lateral, por esta razón procedemos solo a analizar la respuesta de las variables Bank Angle para el eje lateral y el AirSpeed para el eje Longitudinal, es necesario aclarar que lo que se pretende con el control longitudinal es mantener un curso equilibrado mientras se genera el cambio en el eje lateral.

Como habíamos expresado anteriormente el modelo de la planta suministrado por AeroSim tiene seis grados de libertad (6 DOF) pero es un sistema No lineal,

esta no linealidad, restringe la posibilidad de hallar una equivalencia matemática (función de transferencia), con la que podamos trabajar numéricamente para obtener un controlador.

Al igual que en toda aeronave, existen tres controles básicos principales que rigen el movimiento rotacional en cada eje estos son: el elevador, los alerones y el timón. El elevador está directamente relacionado con el movimiento en el eje del Pitch, los alerones están directamente relacionados con el movimiento en el eje del Roll, y el timón está directamente relacionado con el eje del Yaw. Si el avión es tripulado, el piloto de acuerdo a la dirección que deba seguir en su rumbo, aplica una acción con uno o más de los controles durante un respectivo tiempo, es decir de que solo generan el efecto cuando existe la señal de mando. Partiendo de esta moción determinamos que para nuestro sistema, el controlador debe mantener una señal de control durante un tiempo establecido hasta que el sistema se estabilice.

8. ESTUDIO DE LOS CONTROLADORES

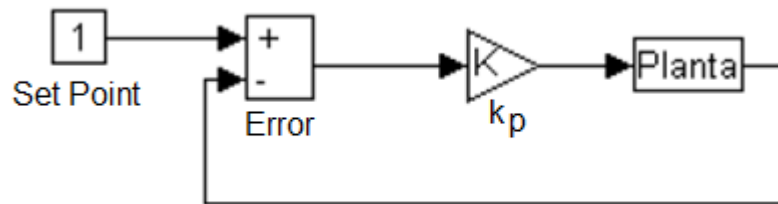
8.1. SISTEMAS DE CONTROL CLASICO

Los sistemas de control clásicos pueden ser estudiados utilizando para ello fuertes cimientos teóricos basados en ecuaciones. Esto permite un estudio de la planta a ser controlada en el dominio de Laplace, o mediante técnicas en el lugar geométrico de las raíces, respuesta en frecuencia, gráficos de Nyquist, etc.

Todo lo anterior requiere de un estudio acabado acerca del modelo matemático de la planta, linealizado en torno a un punto de operación y expresado en el dominio de Laplace. Esto permite generar fácilmente los parámetros para el controlador de modo de obtener los mejores resultados de éste (supresión de oscilaciones, error permanente nulo, mayor rapidez de respuesta). Sin embargo, en el caso del sistema dinámico en estudio, no existe un modelo matemático lineal que lo caracterice en cualquier condición de vuelo. Esto da como resultado la imposibilidad de utilizar métodos analíticos que permitan encontrar los mejores parámetros para el controlador en cualquier condición. Es posible encontrar dichos parámetros para una cierta condición en particular, pero de seguro serán diferentes a los obtenidos para cualquier otra condición. Por este motivo no se utilizarán términos matemáticos para el estudio de este sistema de control; en cambio, se aplicarán ideas intuitivas acerca de las labores propias del controlador, evolucionando mediante prueba y error hasta obtener los parámetros de mejor desempeño.

Los sistemas de control clásicos actúan sobre el error del sistema de control, es decir, sobre la diferencia entre la referencia y la variable medida. Sobre dicho error, el controlador aplica una ganancia y genera una salida. Este es el caso más simple, de un controlador tipo P o proporcional. Es posible ejemplificar lo anterior del siguiente modo: supongamos que se tiene un automóvil con un sensor de rapidez. El motor del vehículo puede generar fuerzas diferentes variando en forma continua la potencia que entrega. En este marco, es posible diseñar un sistema de control para mantener a un cierto nivel la rapidez del automóvil, aumentando más la potencia del motor mientras mayor sea la diferencia entre la rapidez deseada y la medida. Este es el clásico controlador P.

Figura 58. Diagrama de bloques de controlador tipo P



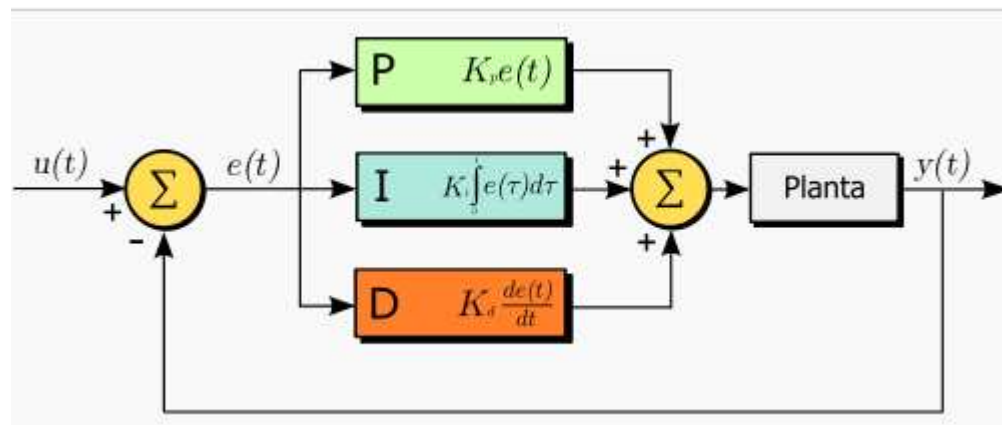
Es posible agregar variaciones al controlador P. Supongamos, a modo de ejemplo, que la rapidez deseada para el automóvil es de 50 km/h, y que su rapidez actual es de 48 km/h. Para una diferencia de 2 km/h el controlador generará una salida de potencia más pequeña que para diferencias de rapidez mayores. En este caso, la potencia del motor puede ser tan baja que sólo es suficiente para mantener la rapidez, debido a las pérdidas por roce, sin posibilidades de aumentarla. En este caso, es necesario aplicar acción integral al controlador, el que suma en forma ponderada la acción proporcional con la integral del error. Esto significa que con cada segundo que pasa a 48 km/h, la acción integral aumenta, incrementando la acción del motor, y por lo tanto, reduciendo el error permanente. La característica más importante de la acción integral en un controlador tipo PI es la reducción del error permanente a cero, incluso cuando la planta ha cambiado su punto de operación, lo cual se vería ejemplificado como un aumento en la pendiente del camino. Sin embargo, este tipo de controlador tiene un efecto secundario nocivo, que se manifiesta como una mayor inestabilidad del sistema controlado (mayor tendencia a oscilaciones).

Otra importante contribución a los controladores clásicos es la acción derivativa. Para comprender su funcionamiento, supongamos que el vehículo se encuentra en un principio circulando a 60 km/h. Para una referencia de 50 km/h, el motor decrecerá su potencia notablemente, y disminuirá de esa forma la rapidez del automóvil. Puede ocurrir en este caso, que al llegar a los 50 km/h, aunque la potencia del motor haya aumentado para mantener la rapidez, ésta puede haber disminuido por bajo la referencia debido a que el motor, en condiciones de aceleración negativa, fue incapaz de controlar apropiadamente la rapidez. En este caso, si el controlador hubiese sabido que la rapidez iba decreciendo tan rápido, habría podido actuar en proporción a esa disminución de rapidez para evitar “pasarse” de la referencia. Esto es precisamente lo que haría un controlador con acción derivativa, actuando como un amortiguador para las variaciones en el error. Lo que se tiene hasta el momento puede funcionar muy bien como un sistema de control de velocidad crucero en un vehículo.

Ahora supongamos un último ejemplo, en el que se sitúa la rapidez deseada en 100 km/h, y el vehículo está detenido. Si es un auto rápido, demorará 8 segundos en alcanzar la rapidez deseada; sin embargo, durante esos 8

segundos, la acción integral ha ido integrando el error, generando un valor para la potencia del motor muy elevado, incluso fuera de lo físicamente posible para dicho motor. Para evitar este problema, es posible limitar la acción del integrador, saturándolo para valores mayores que los necesarios para reducir cualquier error permanente. Esta saturación permitirá a la acción integral sólo solucionar el problema del error permanente, sin posibilidad de excederse en su actuar. Un controlador clásico típico no siempre tiene todas las características antes mencionadas, y a veces tiene otras cualidades adicionales, lineales o no lineales, que mejoran su comportamiento. Sin embargo, éstas sobrepasan los límites de esta breve introducción a los sistemas de control clásicos.

Figura 59. Diagrama de bloques de controlador tipo PID



Fuente: http://es.wikipedia.org/wiki/Proporcional_integral_derivativo

8.2. SISTEMAS DE CONTROL DIFUSO

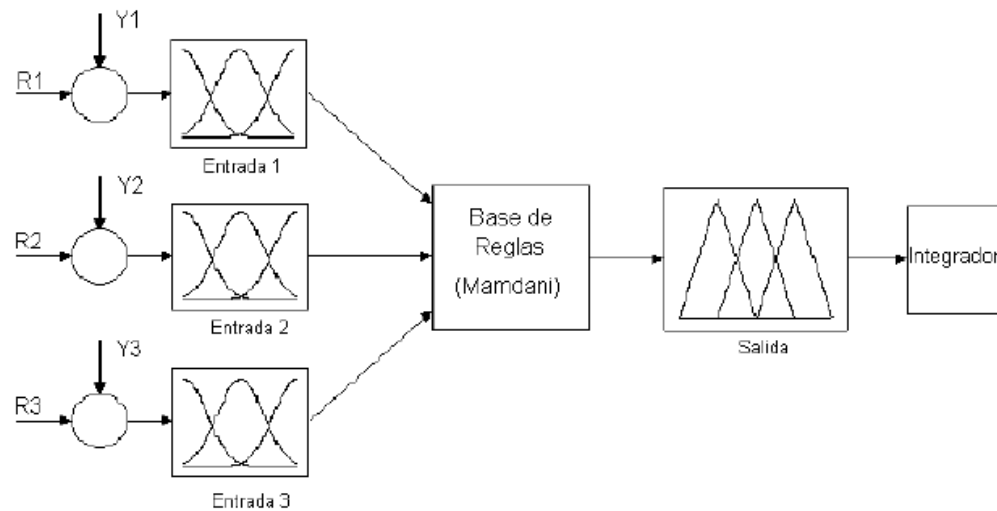
El concepto de lógica difusa fue concebido por Lotfi Zadeh como una generalización de la lógica booleana convencional. Esta idea fue aplicada al control automático recién en la década de los 70, debido a la inexistencia de computadores suficientemente poderosos hasta ese momento. Esta técnica de control ha tenido su mayor desarrollo en Japón, donde se han realizado muchos aportes a esta idea, y donde se ha aplicado en la industria en un sin número de aplicaciones. Las ventajas del control difuso es la simplicidad para ser desarrollado, la calidad de su respuesta, y su baja sensibilidad a entradas ruidosas e imprecisas.

Los sistemas de control difuso operan con base a conjunto de reglas simples, que se pueden expresar del siguiente modo: “Si la temperatura es baja, aumente la potencia de la caldera” Las reglas aplicadas requieren un conocimiento de la planta a ser controlada, es decir, la forma en que ésta se

comportaría en caso de realizar un cambio en alguna de sus entradas. En este sentido, cualquier persona con un mínimo conocimiento acerca de un proceso en particular podría generar una base de reglas para su controlador. En el caso del avión, esta labor puede ser realizada por alguien que conozca la dinámica del avión, por ejemplo, un ingeniero aeronáutico o un piloto. Las reglas de control actúan sobre conjuntos difusos. Por ejemplo, en el caso anterior, la temperatura puede no sólo ser considerada como baja, media o alta; también puede ser un poco de cada una, es decir, pertenecer parcialmente (o en cierto grado) a cada conjunto difuso (baja, media o alta). La transformación de un valor real a un grado de pertenencia en un cierto conjunto difuso se realiza mediante la fusificación, operación a través de la cual se obtiene el nivel de pertenencia de un cierto valor a cada conjunto difuso definido. A partir de esto, se evalúan las reglas difusas y se ponderan las salidas de cada regla de acuerdo con el nivel de pertenencia de las entradas. De este modo, en el caso del ejemplo, si la temperatura es más baja que media, la caldera aumentará su potencia en un mayor grado que si fuera más media que baja. La operación de transformar las salidas de las reglas en un valor real se denomina defusificación. Puede haber tantos conjuntos de entrada o salida como se requiera para el controlador; éstos pueden estar definidos por diferentes funciones matemáticas que determinan su pertenencia. También existen varios métodos de fusificación, defusificación y bases de reglas.

La figura 57 muestra el diagrama de bloques de un sistema de control difuso genérico. En ella se aprecia la etapa de entrada de las variables como errores, el proceso de fusificación, la base de reglas y la defusificación para generar la salida. Puede tener como entradas varias variables o errores en las variables, como también tasas de cambio en alguna de ellas, lo cual le otorga al controlador el equivalente de la acción derivativa en un PID. La salida del controlador puede ser integrada en el tiempo, lo cual permite la supresión de error permanente en estado estacionario. El esquema general de este tipo de controladores es bastante abierto, en el sentido que permite muchas variantes funcionales, que se definen de acuerdo con los requerimientos del sistema que se desee controlar.

Figura 60. Diagrama de bloques de controlador difuso genérico



Fuente: ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería. p 78.

A partir del estudio realizado de algunos tipos de controladores, para poderlos aplicar se hace necesario conocer el funcionamiento completo de la planta, por lo menos esta es la condición mínima para aplicar una estrategia de control difusa: a pesar de ser esta una estrategia de control muy versátil, si la aplicamos podríamos tener problemas a la hora de generar las reglas de control ya que no conocemos el funcionamiento completo de un avión, el cual si lo sabría un ingeniero aeronáutico.

Si aplicáramos una estrategia de control clásico, necesariamente necesitamos conocer la función de transferencia de la planta, el cual para este trabajo no presentamos un modelo linealizado de la planta, esto se debe a que es muy difícil obtenerlo a partir de un análisis matemático, sin embargo podemos recurrir al conocido ensayo y error, hasta lograr un ajuste lo bastante razonable para el funcionamiento del controlador.

9. APLICACIÓN DE LA TECNICA DE CONTROL

Según el análisis teórico sabemos que si inducimos un cambio en el Roll, tiene involucrado un movimiento en Yaw, esto implicaría que debemos utilizar como señal de entrada al controlador el Bank Angle (Roll) y/o el Heading (Yaw), este argumento se hace teniendo en cuenta el avión ha sido analizado respecto a su eje longitudinal (Pitch).

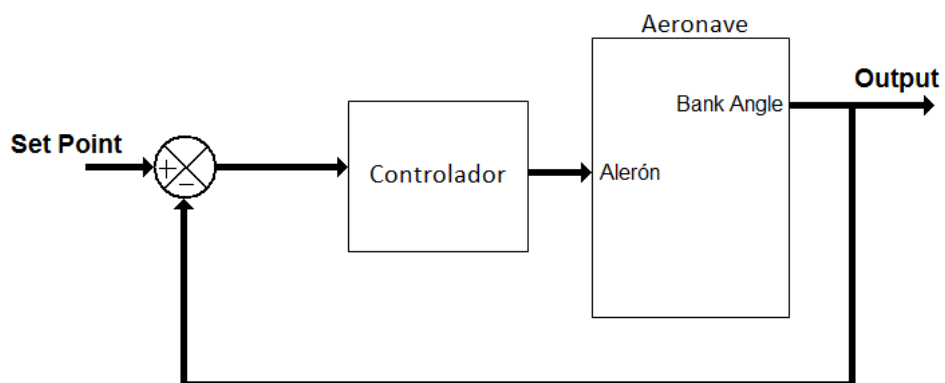
9.1 CONTROL DE LA PLANTA

Como el objetivo final de este trabajo es mantener estable el avión durante un giro en el Roll (Efectuado en simulación), es decir; se debe mantener el curso ordenado por el sistema de navegación, a una altura constante, y no se puede suponer que el eje longitudinal está controlado, proporcionaremos un control sobre la altura para que mantenga constante, mientras se genera el control sobre el eje lateral (Roll).

Si aplicamos esta moción a la planta suministrada por el software aerodinámico, generamos un control sobre el AirSpeed y el Bank Angle.

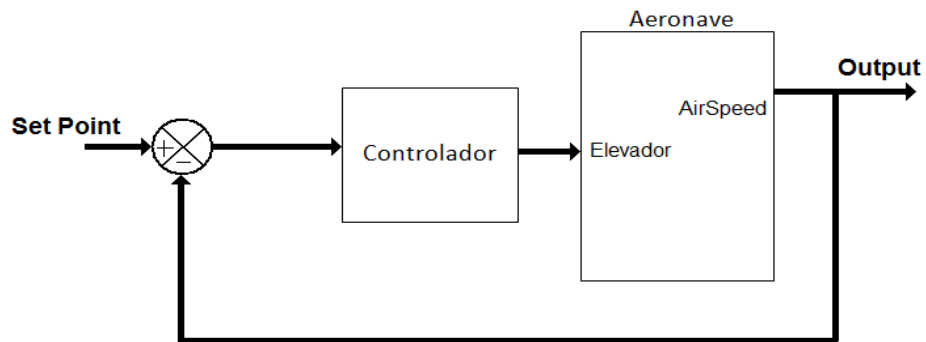
La señal de control generada a partir del Bank Angle se conecta al control de los alerones (este control está directamente relacionado con el movimiento en Roll):

Figura 61. Esquema general del sistema de control del Bank Angle



Por otra parte la señal de control generada a partir del AirSpeed se conecta al control del elevador (este control está directamente relacionado con el movimiento en Pitch), así podremos mantener el avión en un vuelo nivelado:

Figura 62. Esquema general del sistema de control del AirSpeed



9.1.1 Control del Bank Angle. A pesar de que no contamos con un modelo matemático lineal que describa el comportamiento de la planta, planteamos como primera parte un control PI sobre el eje lateral (utilizando como variable el Bank Angle), para lograr su funcionamiento es necesario hacer pruebas de ensayo y error hasta determinar los valores para el término proporcional e integral:

Figura 63. Esquema del sistema de control aplicado a la planta donde la variable manipulada es el Bank Angle.

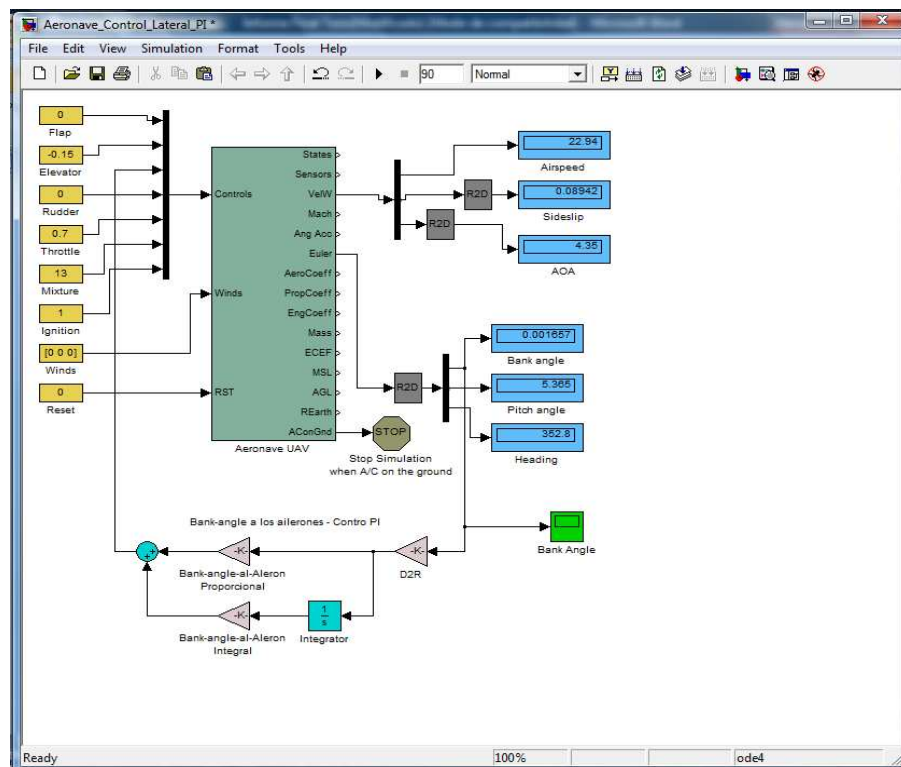
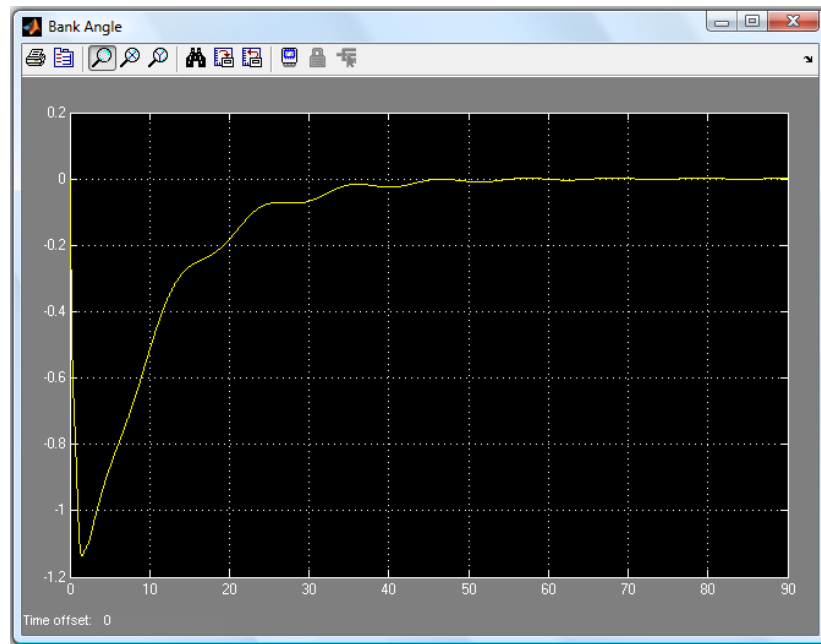


Figura 64. Respuesta de la variable Bank Angle con el controlador integrado al sistema.



Como podemos ver en el anterior grafico, al principio de la simulación se ve que la variable manipulada crece negativamente tratando de seguir su comportamiento en lazo abierto, pero el controlador empieza a ejercer su señal “proporcional/integral” y logra estabilizar el sistema en un tiempo de aproximadamente 50 segundos. A partir de esta acción de control podemos empezar a generar el control asociado al eje longitudinal. Cabe destacar que este control solo se percata de mantener en cero el Bank Angle, es decir evitar una rotación en el eje del Roll.

Nuestro trabajo podría terminar aquí, ya que logramos estabilizar el eje lateral de la aeronave, pero quedaría el sistema limitado solo a mantenerse volando en una trayectoria lineal. Es necesario implementar en el sistema una entrada de referencia a seguir (Set Point), que simule la orden del sistema de navegación. Por eso a continuación se implementa al sistema de control del Bank Angle, la entrada del Set Point, además ingresamos el control longitudinal completo.

9.1.2. Modelo Completo del Sistema. Como ya sabemos, implementamos un control PI para la variable; Bank Angle, ahora complementamos el trabajo con la implementación de un control PID para la variable; AirSpeed. Cada controlador se puede fijar a una referencia que emula la señal emitida por el sistema de navegación del avión (Set Point). Al igual que la aplicación anterior tocó aplicar el método de ensayo y error, para llegar a un óptimo funcionamiento del controlador:

Figura 65. Diagrama completo del Sistema Incrementador de Estabilidad Lateral de la Aeronave.

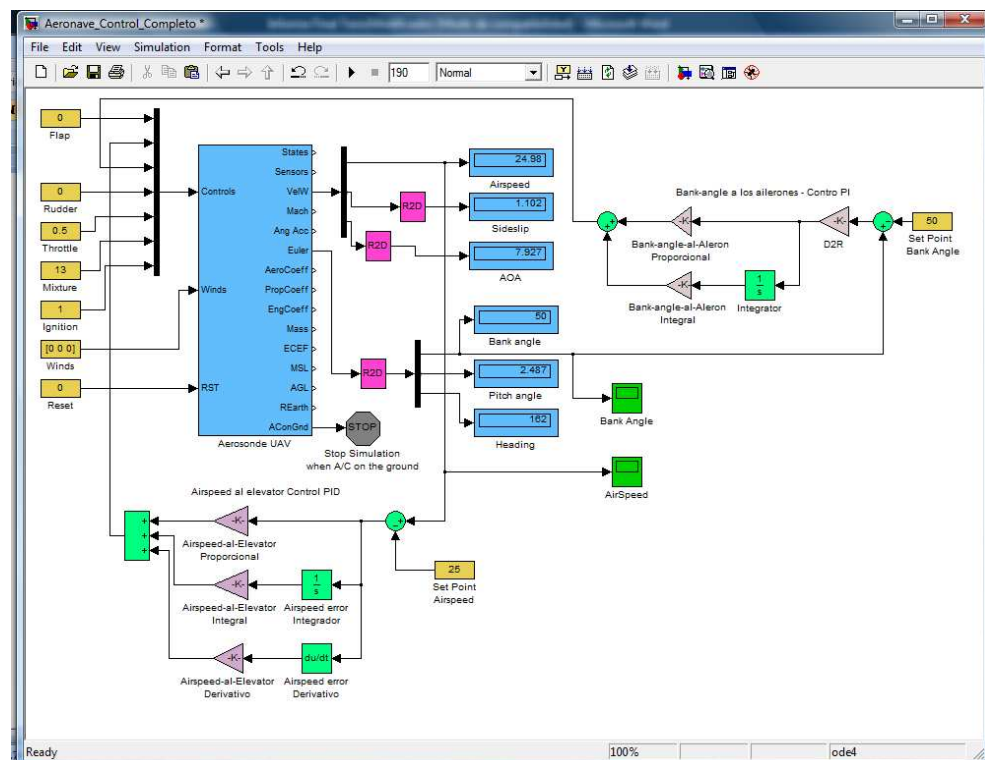
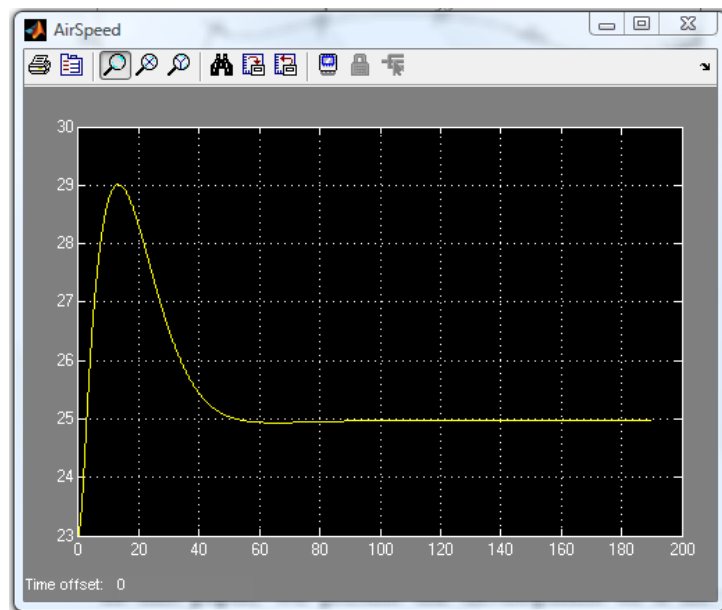
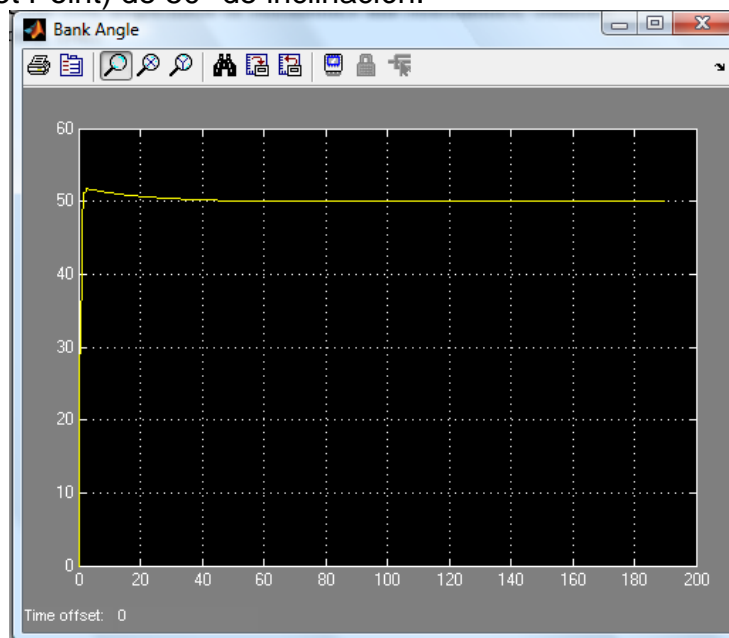


Figura 66. Respuesta en lazo cerrado de la variable AirSpeed, valor de referencia (Set Point) de 25 m/s



Como podemos ver la respuesta de la variable, presenta un sobre impulso a la salida, su tiempo de estabilización es de 58 segundos.

Figura 67. Respuesta en lazo cerrado de la variable Bank Angle, valor de referencia (Set Point) de 50° de inclinación.



En la grafica anterior podemos ver la respuesta de la variable Bank Angle ante la entrada de referencia de 50° , se puede notar un pequeño sobre impulso

antes de estabilizarse en aproximadamente 40 segundos, su tiempo de respuesta es menor que el del control de la variable AirSpeed.

A partir del comportamiento de las respuestas de las variables controladas, podemos determinar que el sistema se comporta como se esperaba, ya que se ha logrado mantener fijo la velocidad mientras se induce un movimiento en el Roll. Este control de velocidad como ya lo habíamos expresado, está conectado directamente con el elevador, produciendo siempre una señal de control respectiva para mantener el avión nivelado longitudinalmente mientras se produce el giro.

Para efectos de simulación complementarios, el sistema actual se conectada con el Software Microsoft Flight Simulator, por medio de una interfaz grafica proporcionada por AeroSim, esta conexión permite ver gráficamente el comportamiento físico del avión cuando se induce el cambio en el Roll. (Ver anexo C)

10. TRABAJO FUTURO

Este trabajo está sumergido dentro de un campo de investigación muy grande y que actualmente está en desarrollo, por lo tanto, es un pequeño avance a la consecución de sistemas UAV que se están desarrollando en los campos de investigación el cual combinan la electrónica, el diseño estructural, sistemas de navegación y control entre otros.

Actualmente existen múltiples trabajos para el acondicionamiento óptimo de UAV, por lo tanto este trabajo puede ser tomado en un futuro como referencia para:

- Crear plataformas de pruebas para la evaluación de estrategias de control.
- Analizar por medio de herramientas computacionales, las derivadas de estabilidad del avión.
- Generar simulaciones de prueba enlazando los resultados con interfaces graficas.
- Probar sistemas de navegación inercial que se conectarían directamente al sistema de control.

Entre muchas más aplicaciones que aportan mucho al desarrollo integral de este campo de investigación.

11. CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo presenta las siguientes conclusiones:

Se estudió las diferentes estrategias de control utilizadas en el campo aeronáutico y se procedió a seleccionar la que iba a ser usada en el sistema.

Se planteó un modelo matemático no lineal del avión, partiendo del análisis de que el avión es un cuerpo con 6 grados de libertad, 3 de Traslación y 3 de Rotación. Este modelo debió ser reemplazado por el bloque Aircraft Model (6 DOF – No lineal) proporcionado por AeroSim, con el efecto de que no contábamos con señales de instrumentación previas para implementar el controlador, este bloque proporciona todas las variables a tener en cuenta a la hora de realizar un vuelo.

Se obtuvieron los valores de estabilidad del avión, necesarios para el modelo dinámico de la aeronave UAV (cálculo de las derivadas de estabilidad en la región lineal).

A partir de las señales de salida de la planta en lazo abierto, se calculó los controladores del sistema.

Se desarrolló el sistema incrementador de estabilidad en el eje lateral de la aeronave UAV.

Se realizó un vuelo dinámico de prueba conectando Matlab y Microsoft Flight Simulator por medio de una interfaz gráfica proporcionada por AeroSim, de esta manera se analizó y probó el funcionamiento del sistema incrementador de estabilidad.

12. RECOMENDACIONES

Los parámetros proporcionados a la planta que representa la aeronave (6 DOF – No lineal), cambian de acuerdo al tipo de aeronave a la que se quiera aplicar el control.

Al momento de obtener las variables de estabilidad es recomendable utilizar software dedicados a esta labor ya que se tienen valores más cercanos a la realidad. En caso de se quiera tener en cuenta los valores obtenidos matemáticamente, lo que se puede hacer es una comparación analítica de los dos resultados y determinar cual se asemeja más a la realidad.

Si se requiere realizar un sistema de control lo más robusto posible, es necesario realizar pruebas físicas de vuelo con el avión instrumentado, para obtener todas las señales necesarias para utilizar en el control, en caso de no tener estos datos, recurrimos a la planta suministrada por Matlab-SimuLink-AeroSim, la cual de forma virtual reemplaza el trabajo del sistema de instrumentación.

El modelo dinámico de la aeronave que se utilizo para probar el sistema de control en la interfaz con Matlab y Microsoft Flight Simulator, tiene calculado los parámetros de inercia de una forma caseras, para lograr un mejor resultado en estos valores, es recomendado realizar estas mediciones en algún laboratorio acondicionado para tal fin.

BIBLIOGRAFIA

ABUSLEME, Ángel. Control de vehículo volador no tripulado. Santiago de Chile, 2000. 274 p Trabajo de grado (Magister en ciencias de ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de ingeniería.

BERNARD, Etkin y DUFF, Lloyd. Dynamics of flight: stability and control. 3 ed. Toronto: Wiley, 1995. 400 p.

GARCIA ALVAREZ, José Antonio. Así Funciona el Avión: Material de Aviación. Madrid-España, 2001-2008 [Consultado 21 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: http://www.asifunciona.com/aviacion/af_avión/af_avión3.htm

HARTLEY, A. y SOULE. Marvel. The experimental determination of the moments of inertia of airplanes. California: NACA. 1937. 13 p.

Matlab R2007b Version 7.4.0.287 [DVD]. United States: The MathWorks. 1984-2007. 1 DVD

Microsoft Encarta 2007. [DVD]. Washington: Microsoft Corporation. 1993—2006. 1 DVD.

MUÑOZ, M. A. Manual de vuelo [en línea]. Madrid: M Muñoz, 2008. [Consultado 20 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.manualvuelo.com/>

NELSON, Robert. Flight stability and automatic control. 2 ed. Boston: WBC/McGraw-Hill, 1998. 441 p.

Notas de clase: Introducción al diseño de aeronaves no tripuladas (UAV). Profesor Mario Córdoba, Universidad Autónoma De Occidente. Santiago de Cali, 2008. 35 p.

Wikipedia: la enciclopedia libre [en línea]. Florida: Wikimedia Foundation, 2008 [Consultado 25 de Octubre de 2008]. Disponible en Internet: http://es.wikipedia.org/wiki/Coeficientes_aerodin%C3%A1micos

ANEXOS

Anexo A. Método para encontrar los momentos de inercia.

Para un péndulo oscilando con pequeña amplitud, la ecuación de movimiento es:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b \theta = 0 \quad \text{EC. A1}$$

Donde,

I : Momento de inercia a través del eje de oscilación.

b : Constante dependiente de las dimensiones y el peso del péndulo.

θ : Desplazamiento angular del péndulo.

De la solución de esta ecuación, el periodo de oscilación es encontrado como

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{b/I}} \quad \text{EC. A2}$$

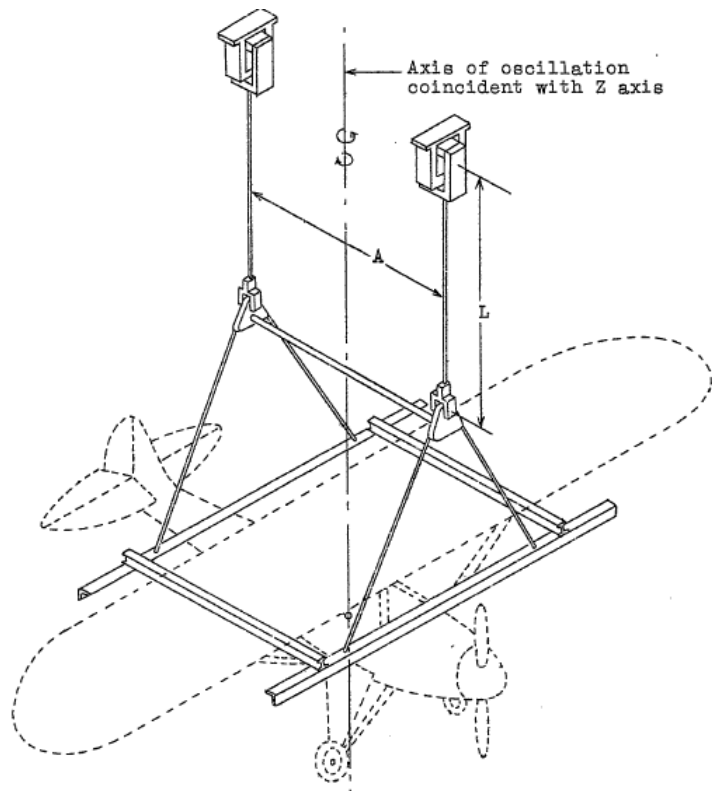
De modo que:

$$I = \frac{T^2 b}{4\pi^2} \quad \text{EC. A3}$$

La constante b depende de diferentes dimensiones para diferentes tipos de péndulos.

Así pues, Existen dos métodos de péndulo utilizados para la aeronave, el péndulo de torsión bifilar y el péndulo compuesto. En el primero método, el eje de oscilación es vertical y pasa entre los dos filamentos verticales (eje Z). En el segundo método: el eje de oscilación es horizontal y pasa a través de los puntos de soporte pero no a través del centro de gravedad del péndulo.

Figura 68. Método de péndulo de torsión bifilar.



Fuente: HARTLEY, A. y SOULE. Marvel. The experimental determination of the moments of inertia of airplanes. California: NACA. 1937. p 2.

Para el péndulo de torsión bifilar

$$b = \frac{WA^2}{4l} \quad \text{EC. A4}$$

Y consecuentemente,

$$I = \frac{T^2WA^2}{16\pi^2l} \quad \text{EC. A5}$$

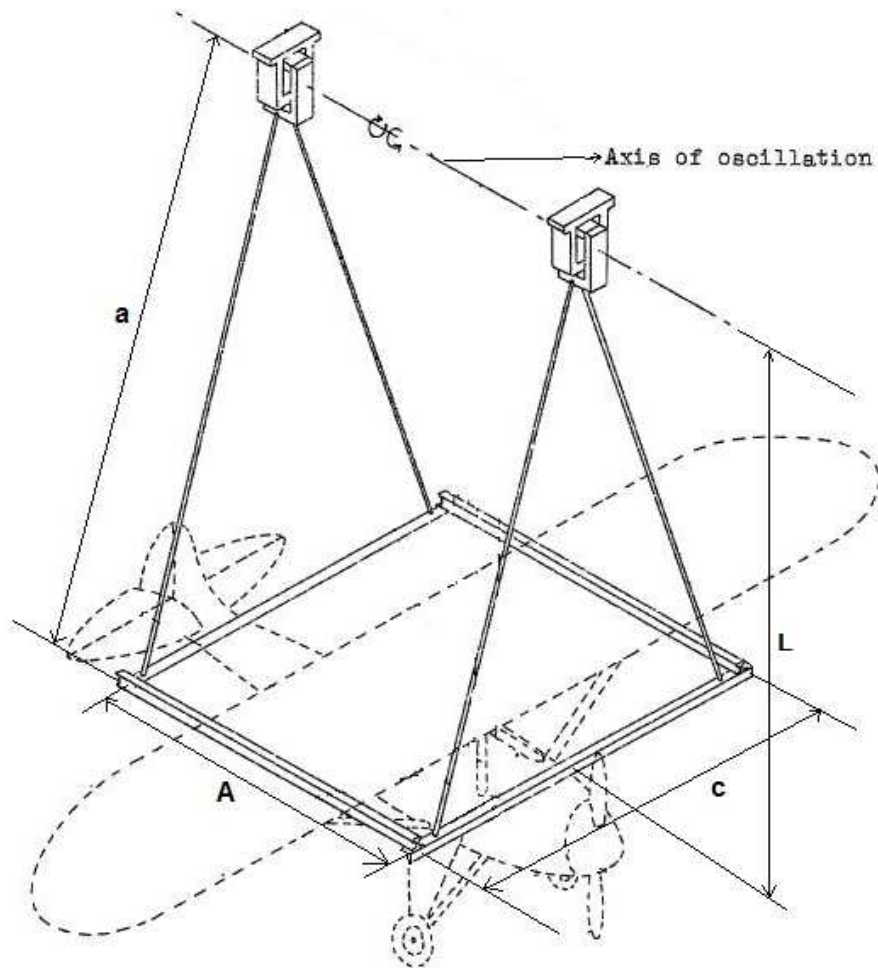
Donde,

W : Peso del péndulo

A : Distancia entre los filamentos verticales.

L : es la longitud de los filamentos.

Figura 69. Método de péndulo compuesto.



Fuente: HARTLEY, A. y SOULE. Marvel. The experimental determination of the moments of inertia of airplanes. California: NACA. 1937. p 2.

Para el péndulo compuesto, se tiene que:

$$b = WL \quad \text{EC. A6}$$

Y

$$I = \frac{T^2 WL}{4\pi^2} \quad \text{EC. A7}$$

Donde,

L : Distancia entre el centro de gravedad y el eje de oscilación.

Cuando el péndulo compuesto es usado, el momento de inercia del eje que pasa a través del centro de gravedad está dado por:

$$I_{cg} = \frac{T^2 WL}{4\pi^2} - ML^2$$

EC. A7

Donde,

M : Masa del péndulo.

Entonces, construyendo un péndulo tipo compuesto y realizando el experimento para los tres ejes de movimiento de la aeronave, se determinaron los resultados mostrados por la tabla 5.

Tabla 5. Resultados obtenidos utilizando el péndulo compuesto.

No. Oscilaciones	Tiempo en eje lateral (segundos)	Tiempo en eje longitudinal (segundos)	Tiempo en eje transversal (segundos)
4	10.98	11.35	10.73
4	10.54	11.10	10.98
4	10.85	11.05	10.81
4	10.85	11.23	10.42
4	10.91	10.94	11.18
4	10.73	10.91	10.79
4	10.60	10.93	10.66
4	10.67	11.35	10.93
4	10.63	11.17	10.63
4	10.50	11.61	10.66
4	10.86	11.24	10.73
4	10.73	11.14	10.67
4	10.79	11.10	10.66
4	11.00	11.38	10.54
4	10.92	11.37	10.98
4	10.54	11.10	10.92
4	10.75	11.35	10.37
4	10.83	10.85	10.69
4	10.90	10.85	10.44
4	10.88	10.93	10.69
$t_{total} = \sum_{i=1}^n t_n$	10.773	11.147	10.724

Los datos del péndulo compuesto construido son:

$$W = 1.54kg$$

$$A = 0.94m$$

$$a = 1.85m$$

$$L = 1.8m$$

$$c = 0.82m$$

A partir de los datos obtenidos en el experimento, se procede a realizar los cálculos correspondientes para hallar los momentos de inercia en cada eje:
Para el péndulo compuesto utilizado se tiene que:

$$T = \frac{\text{tiempo}[s]}{\text{Oscilaciones}} = \frac{t}{n} \quad \text{EC. A8}$$

Luego, resolviendo las ecuaciones A6 y A7, y despejando la ecuación A8, es posible hallar los momentos de inercia de la aeronave en cada uno de sus ejes de rotación. Así pues:

$$T_{\text{Lateral}} = 2.69$$

$$T_{\text{Longitudinal}} = 2.78$$

$$T_{\text{Transversal}} = 2.68$$

$$b = 27.2$$

Luego, los momentos de inercia de la aeronave en cada uno de los ejes serán:

$$I_{\text{CGLateral}} = -0.0096$$

$$I_{\text{CGLongitudinal}} = 0.3304$$

$$I_{\text{CGTransversal}} = -0.0496$$

Anexo B: Datos Suministrados por el AVL

```

    <?xml version="1.0" ?>
- <avldata>
- <header>
    <date>Thu Nov 6, 2008
22:26:40</date>
    <description>Plane
Vanilla</description>
    <note>Generated with AVL
3.22</note>
  </header>
- <input>
- <metrics>
    <sref>1.000000</sref>
    <bref>10.000000</bref>
    <cref>2.000000</cref>
  </metrics>
- <mass>
    <xref>0.500000</xref>
    <yref>0.000000</yref>
    <zref>0.000000</zref>
    <emptywt>1.000000</emptywt>
  </mass>
    <runcases>7</runcases>
    <surfaces>7</surfaces>
    <vars>0</vars>
    <surface_1>RNew</surface_1>
    <surface_2>Railer on</surface_2>
    <surface_3>Lailer on</surface_3>
    <surface_4>LNew</surface_4>

    <surface_5>Relevator</surface_5>

    <surface_6>Lelevator</surface_6>
    <surface_7>rudder</surface_7>

    <surface_1_val>0.000000</surface_1_val>

    <surface_2_val>0.000000</surface_2_val>

    <surface_3_val>0.000000</surface_3_val>

    <surface_4_val>0.000000</surface_4_val>

    <surface_5_val>0.000000</surface_5_val>

    <surface_6_val>0.000000</surface_6_val>

    <surface_7_val>0.000000</surface_7_val>
  </input>
- <Alpha>
    <run_1>-2.000000</run_1>
    <run_2>0.000000</run_2>
    <run_3>2.000000</run_3>
    <run_4>4.000000</run_4>
    <run_5>6.000000</run_5>
    <run_6>8.000000</run_6>
    <run_7>10.000000</run_7>
  </Alpha>
    <Beta>0.000000</Beta>
    <Mach>0.000000</Mach>
    <p_b_div_2V>-
0.000000</p_b_div_2V>
    <p_prime_b_div_2V>-
0.000000</p_prime_b_div_2V>
    <q_c_div_2V>-
0.000000</q_c_div_2V>
    <r_b_div_2V>-
0.000000</r_b_div_2V>
    <r_prime_b_div_2V>-
0.000000</r_prime_b_div_2V>
- <CXtot>
    <run_1>0.002002</run_1>
    <run_2>-0.003204</run_2>
    <run_3>-0.003868</run_3>
    <run_4>0.000012</run_4>
    <run_5>0.008418</run_5>
    <run_6>0.021309</run_6>
    <run_7>0.038622</run_7>
  </CXtot>
    <Cltot>0.000000</Cltot>

    <Cl_prime_tot>0.000000</Cl_prime_tot>
    <CYtot>0.000000</CYtot>
- <Cmtot>
    <run_1>-0.046298</run_1>
    <run_2>-0.029693</run_2>
    <run_3>-0.013008</run_3>
    <run_4>0.003676</run_4>
    <run_5>0.020277</run_5>

```

```

    <run_6>0.036715</run_6>
    <run_7>0.052910</run_7>
    </Cmtot>
- <CZtot>
    <run_1>0.258117</run_1>
    <run_2>0.169955</run_2>
    <run_3>0.081378</run_3>
    <run_4>-0.007181</run_4>
    <run_5>-0.095292</run_5>
    <run_6>-0.182524</run_6>
    <run_7>-0.268453</run_7>
    </CZtot>
    <Cntot>0.000000</Cntot>

<Cn_prime_tot>0.000000</Cn_prime_tot>
- <CLtot>
    <run_1>-0.258030</run_1>
    <run_2>-0.169955</run_2>
    <run_3>-0.081463</run_3>
    <run_4>0.007165</run_4>
    <run_5>0.095650</run_5>
    <run_6>0.183713</run_6>
    <run_7>0.271081</run_7>
    </CLtot>
- <CDtot>
    <run_1>0.007007</run_1>
    <run_2>0.003204</run_2>
    <run_3>0.001026</run_3>
    <run_4>0.000489</run_4>
    <run_5>0.001589</run_5>
    <run_6>0.004301</run_6>
    <run_7>0.008582</run_7>
    </CDtot>
    <CDvis>0.000000</CDvis>
- <CDind>
    <run_1>0.007007</run_1>
    <run_2>0.003204</run_2>
    <run_3>0.001026</run_3>
    <run_4>0.000489</run_4>
    <run_5>0.001589</run_5>
    <run_6>0.004301</run_6>
    <run_7>0.008582</run_7>
    </CDind>
- <CLff>
    <run_1>-0.258274</run_1>
    <run_2>-0.169954</run_2>
    <run_3>-0.081427</run_3>
    <run_4>0.007199</run_4>
    <run_5>0.095817</run_5>
    <run_6>0.184318</run_6>
    <run_7>0.272594</run_7>
    </CLff>
- <CDff>
    <run_1>0.007031</run_1>
    <run_2>0.003241</run_2>
    <run_3>0.001059</run_3>
    <run_4>0.000495</run_4>
    <run_5>0.001553</run_5>
    <run_6>0.004226</run_6>
    <run_7>0.008503</run_7>
    </CDff>
    <CYff>0.000000</CYff>
- <e>
    <run_1>0.030199</run_1>
    <run_2>0.028368</run_2>
    <run_3>0.019933</run_3>
    <run_4>0.000333</run_4>
    <run_5>0.018824</run_5>
    <run_6>0.025589</run_6>
    <run_7>0.027819</run_7>
    </e>
- <CLa>
    <run_1>2.514563</run_1>
    <run_2>2.530460</run_2>
    <run_3>2.538385</run_3>
    <run_4>2.538290</run_4>
    <run_5>2.530191</run_5>
    <run_6>2.514167</run_6>
    <run_7>2.490358</run_7>
    </CLa>
    <CYa>-0.000000</CYa>
    <Cla>-0.000000</Cla>
- <Cma>
    <run_1>0.473771</run_1>
    <run_2>0.477228</run_2>
    <run_3>0.478360</run_3>
    <run_4>0.477161</run_4>
    <run_5>0.473638</run_5>
    <run_6>0.467807</run_6>
    <run_7>0.459697</run_7>
    </Cma>
    <Cna>-0.000000</Cna>
    <CLb>0.000000</CLb>
- <CYb>
    <run_1>-0.045739</run_1>
    <run_2>-0.046338</run_2>
    <run_3>-0.046881</run_3>
    <run_4>-0.047367</run_4>
    <run_5>-0.047795</run_5>
    <run_6>-0.048165</run_6>
    <run_7>-0.048476</run_7>

```

```

    </CYb>
- <Clb>
  <run_1>0.004632</run_1>
  <run_2>0.002571</run_2>
  <run_3>0.000504</run_3>
  <run_4>-0.001557</run_4>
  <run_5>-0.003602</run_5>
  <run_6>-0.005623</run_6>
  <run_7>-0.007608</run_7>
  </Clb>
  <Cmb>-0.000000</Cmb>
- <Cnb>
  <run_1>0.001978</run_1>
  <run_2>0.001836</run_2>
  <run_3>0.001839</run_3>
  <run_4>0.001986</run_4>
  <run_5>0.002277</run_5>
  <run_6>0.002709</run_6>
  <run_7>0.003281</run_7>
  </Cnb>
  <CLp>0.000000</CLp>
- <CYp>
  <run_1>-0.009364</run_1>
  <run_2>-0.004873</run_2>
  <run_3>-0.000366</run_3>
  <run_4>0.004136</run_4>
  <run_5>0.008609</run_5>
  <run_6>0.013032</run_6>
  <run_7>0.017383</run_7>
  </CYp>
- <Clp>
  <run_1>-0.007823</run_1>
  <run_2>-0.007876</run_2>
  <run_3>-0.007906</run_3>
  <run_4>-0.007910</run_4>
  <run_5>-0.007891</run_5>
  <run_6>-0.007847</run_6>
  <run_7>-0.007779</run_7>
  </Clp>
  <Cmp>0.000000</Cmp>
- <Cnp>
  <run_1>0.000145</run_1>
  <run_2>0.000124</run_2>
  <run_3>0.000105</run_3>
  <run_4>0.000087</run_4>
  <run_5>0.000068</run_5>
  <run_6>0.000046</run_6>
  <run_7>0.000021</run_7>
  </Cnp>
- <CLq>
  <run_1>-0.421707</run_1>
  <run_2>-0.418865</run_2>
  <run_3>-0.417919</run_3>
  <run_4>-0.418874</run_4>
  <run_5>-0.421726</run_5>
  <run_6>-0.426459</run_6>
  <run_7>-0.433052</run_7>
  </CLq>
  <CYq>0.000000</CYq>
  <Clq>0.000000</Clq>
- <Cmq>
  <run_1>-0.162764</run_1>
  <run_2>-0.162768</run_2>
  <run_3>-0.162573</run_3>
  <run_4>-0.162181</run_4>
  <run_5>-0.161591</run_5>
  <run_6>-0.160803</run_6>
  <run_7>-0.159820</run_7>
  </Cmq>
  <Cnq>-0.000000</Cnq>
  <CLr>0.000000</CLr>
- <CYr>
  <run_1>0.004610</run_1>
  <run_2>0.004993</run_2>
  <run_3>0.005062</run_3>
  <run_4>0.004816</run_4>
  <run_5>0.004257</run_5>
  <run_6>0.003388</run_6>
  <run_7>0.002211</run_7>
  </CYr>
- <Clr>
  <run_1>-0.001794</run_1>
  <run_2>-0.001302</run_2>
  <run_3>-0.000806</run_3>
  <run_4>-0.000308</run_4>
  <run_5>0.000189</run_5>
  <run_6>0.000684</run_6>
  <run_7>0.001174</run_7>
  </Clr>
  <Cmr>0.000000</Cmr>
- <Cnr>
  <run_1>-0.000288</run_1>
  <run_2>-0.000248</run_2>
  <run_3>-0.000222</run_3>
  <run_4>-0.000211</run_4>
  <run_5>-0.000214</run_5>
  <run_6>-0.000231</run_6>
  <run_7>-0.000262</run_7>
  </Cnr>
  <CLd1>0.000000</CLd1>
  <CYd1>0.000000</CYd1>
  <CLd1>-0.000000</CLd1>

```

```

<Cmd1>0.000000</Cmd1>
<Cnd1>-0.000000</Cnd1>
<CDffd1>0.000000</CDffd1>
<ed1>0.000000</ed1>
<CLd2>0.000000</CLd2>
<CYd2>0.000000</CYd2>
<Cld2>-0.000000</Cld2>
<Cmd2>0.000000</Cmd2>
<Cnd2>-0.000000</Cnd2>
<CDffd2>0.000000</CDffd2>
<ed2>0.000000</ed2>
<CLd3>0.000000</CLd3>
<CYd3>0.000000</CYd3>
<Cld3>-0.000000</Cld3>
<Cmd3>0.000000</Cmd3>
<Cnd3>-0.000000</Cnd3>
<CDffd3>0.000000</CDffd3>
<ed3>0.000000</ed3>
<CLd4>0.000000</CLd4>
<CYd4>0.000000</CYd4>
<Cld4>-0.000000</Cld4>
<Cmd4>0.000000</Cmd4>
<Cnd4>-0.000000</Cnd4>
<CDffd4>0.000000</CDffd4>
<ed4>0.000000</ed4>
- <CLd5>
  <run_1>0.001648</run_1>
  <run_2>0.001651</run_2>
  <run_3>0.001648</run_3>
  <run_4>0.001639</run_4>
  <run_5>0.001626</run_5>
  <run_6>0.001607</run_6>
  <run_7>0.001584</run_7>
  </CLd5>
  <CYd5>0.000073</CYd5>
  <Cld5>-0.000013</Cld5>
- <Cmd5>
  <run_1>-0.000295</run_1>
  <run_2>-0.000295</run_2>
  <run_3>-0.000294</run_3>
  <run_4>-0.000293</run_4>
  <run_5>-0.000290</run_5>
  <run_6>-0.000287</run_6>
  <run_7>-0.000284</run_7>
  </Cmd5>
  <Cnd5>-0.000003</Cnd5>
- <CDffd5>
  <run_1>-0.000046</run_1>
  <run_2>-0.000007</run_2>
  <run_3>0.000033</run_3>
  <run_4>0.000073</run_4>
  <run_5>0.000112</run_5>
  <run_6>0.000151</run_6>
  <run_7>0.000189</run_7>
  </CDffd5>
  <run_5>0.000112</run_5>
  <run_6>0.000151</run_6>
  <run_7>0.000189</run_7>
  </CDffd5>
- <ed5>
  <run_1>-0.000186</run_1>
  <run_2>-0.000493</run_2>
  <run_3>-0.001432</run_3>
  <run_4>0.000103</run_4>
  <run_5>-0.000715</run_5>
  <run_6>-0.000460</run_6>
  <run_7>-0.000286</run_7>
  </ed5>
- <CLd6>
  <run_1>0.001648</run_1>
  <run_2>0.001651</run_2>
  <run_3>0.001648</run_3>
  <run_4>0.001639</run_4>
  <run_5>0.001626</run_5>
  <run_6>0.001607</run_6>
  <run_7>0.001584</run_7>
  </CLd6>
  <CYd6>-0.000073</CYd6>
  <Cld6>0.000013</Cld6>
- <Cmd6>
  <run_1>-0.000295</run_1>
  <run_2>-0.000295</run_2>
  <run_3>-0.000294</run_3>
  <run_4>-0.000293</run_4>
  <run_5>-0.000290</run_5>
  <run_6>-0.000287</run_6>
  <run_7>-0.000284</run_7>
  </Cmd6>
  <Cnd6>0.000003</Cnd6>
- <CDffd6>
  <run_1>-0.000046</run_1>
  <run_2>-0.000007</run_2>
  <run_3>0.000033</run_3>
  <run_4>0.000073</run_4>
  <run_5>0.000112</run_5>
  <run_6>0.000151</run_6>
  <run_7>0.000189</run_7>
  </CDffd6>
- <ed6>
  <run_1>-0.000186</run_1>
  <run_2>-0.000493</run_2>
  <run_3>-0.001432</run_3>
  <run_4>0.000103</run_4>
  <run_5>-0.000715</run_5>
  <run_6>-0.000460</run_6>
  <run_7>-0.000286</run_7>

```

```

</ed6>
<CLd7>0.000000</CLd7>
- <CYd7>
  <run_1>-0.000725</run_1>
  <run_2>-0.000732</run_2>
  <run_3>-0.000737</run_3>
  <run_4>-0.000740</run_4>
  <run_5>-0.000742</run_5>
  <run_6>-0.000741</run_6>
  <run_7>-0.000739</run_7>
</CYd7>
<Cld7>0.000002</Cld7>
<Cmd7>-0.000000</Cmd7>
<Cnd7>0.000034</Cnd7>
<CDffd7>0.000000</CDffd7>
<ed7>-0.000000</ed7>
- <Xnp>
  <run_1>0.123178</run_1>
  <run_2>0.122813</run_2>
  <run_3>0.123099</run_3>
  <run_4>0.124029</run_4>
  <run_5>0.125611</run_5>
  <run_6>0.127863</run_6>
  <run_7>0.130819</run_7>
</Xnp>
- <spiral_stab>

```

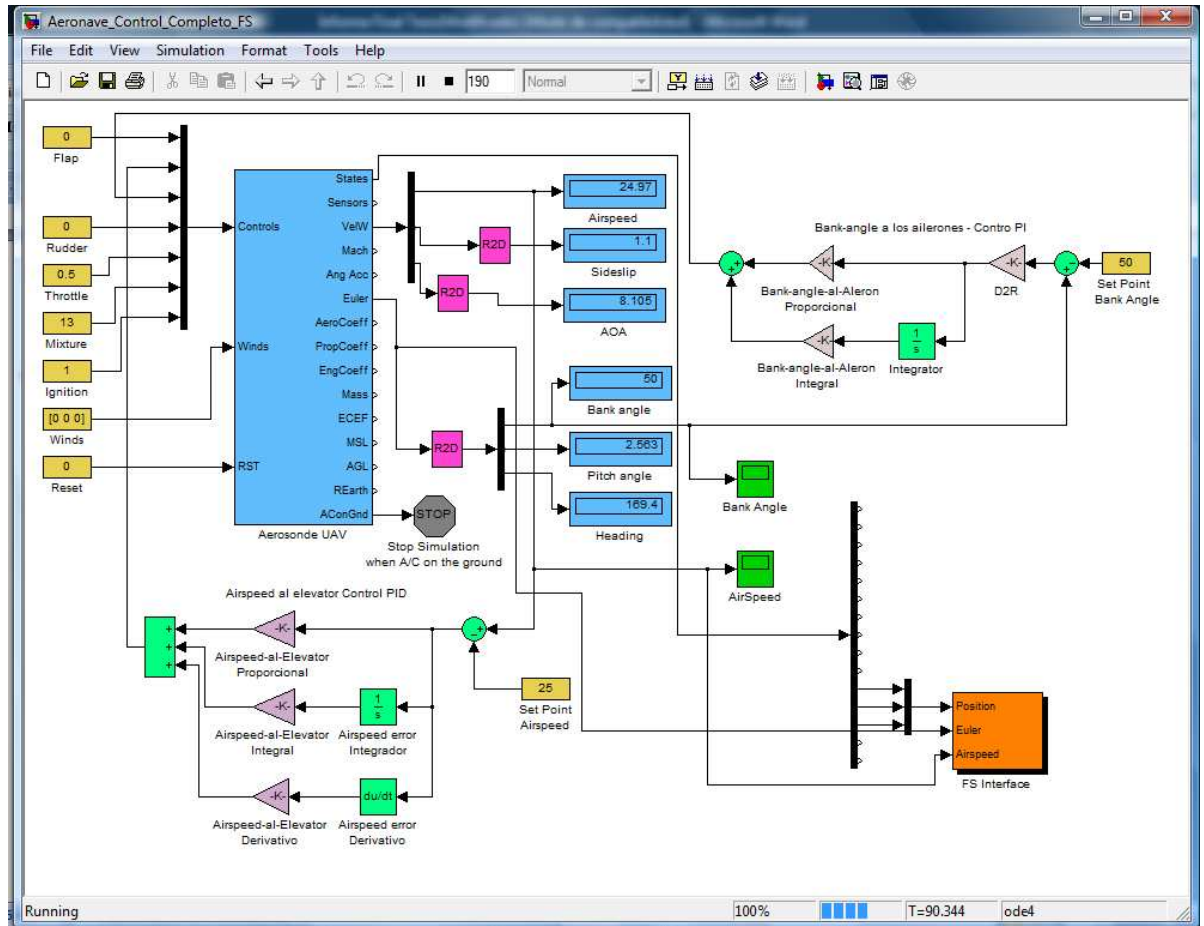
```

<run_1>0.375844</run_1>
<run_2>0.266472</run_2>
<run_3>0.075541</run_3>
<run_4>-0.535471</run_4>
<run_5>1.788764</run_5>
<run_6>0.701183</run_6>
<run_7>0.517982</run_7>
</spiral_stab>
</output>
</avldata>

```

ANEXO C. Esquema de conexión de la interfaz grafica entre Matlab y Microsoft Flight Simulator.

Figura 70: Diagrama del Sistema conectado a la interfaz grafica.



En este diagrama se establece un SetPoint de 50 grados para el Bank Angle y 25m/s para el AirSpeed, esto establece que el avión tendrá una inclinación de 50 grados manteniéndose a una velocidad y altitud constante. Esto se puede demostrar mediante la siguiente grafica

Figura 71: Indicador del Bank Angle en la Interfaz Grafica con 50 grados de Inclinación



Fuente: Microsoft Flight Simulator

Si mantenemos fijo el SetPoint del AirSpeed y variamos a -50 grados el SetPoint del Bank Angle, obtenemos la inclinación contraria:

Figura 72: Indicador del Bank Angle en la Interfaz Grafica con -50 grados de Inclinación.



Como se podrá notar la interfaz interpreta la señal como una lógica negada, sin embargo esta es la demostración de que el controlador funciona.